



Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Facultad de Ciencias Administrativas

Escuela Profesional de Administración de Negocios Internacionales

Modelo de Markowitz con metodología EWMA para construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima

TESIS

**Para optar el Título Profesional de Licenciado en Administración
de Turismo**

AUTOR

Diego Alonso CÓRDOVA AYALA

ASESOR

Luis Enrique FLORES CEBRIÁN

Lima, Perú

2015



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Córdova, D. (2015). *Modelo de Markowitz con metodología EWMA para construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Administrativas, Escuela Profesional de Administración de Negocios Internacionales]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE ADMINISTRACION
DE NEGOCIOS INTERNACIONALES

ACBSP
ACCREDITED

Acta de Sustentación de Tesis

Para Optar el Título Profesional de Licenciado en
Administración de Negocios Internacionales

Lima, 17 de diciembre de 2015

En la Ciudad Universitaria, siendo las 10:00 horas y reunido el Jurado integrado por los siguientes profesores:

Presidente	:	Eco. Ruben Antonio Velarde Flores
Miembro	:	Eco. Gino Oscar Navincopa Flores
Miembro	:	CPC. Miguel Ángel Chiscull Padilla

Para evaluar el proceso de Titulación Profesional del Bachiller en Administración de Negocios Internacionales

DIEGO ALONSO CÓRDOVA AYALA

Habiéndose llevado a cabo la evaluación correspondiente, el Jurado acuerda conceder el calificativo de: Aprobado por unanimidad a la Sustentación de Tesis Titulada "Modelo de Markowitz con Metodología EWMA para construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima", de acuerdo a la Legislación Universitaria y a la Documentación Sustentatoria que se acredita, en mérito de lo cual, el Jurado Examinador le declara por unanimidad Apto para que se le otorgue el Título Profesional de:

Apto – No Apto

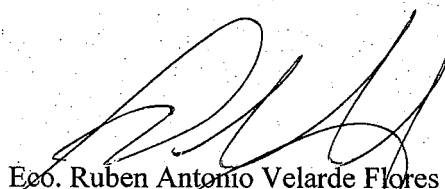


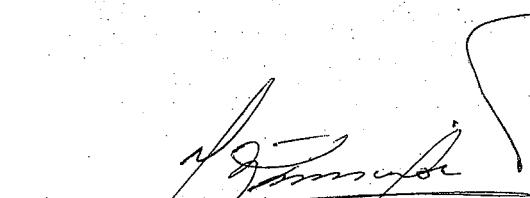
UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE ADMINISTRACION
DE NEGOCIOS INTERNACIONALES

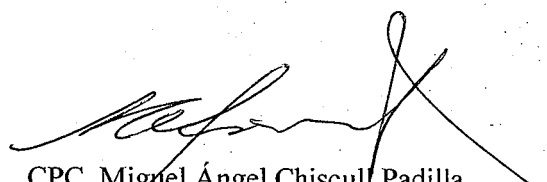


Acta de Sustentación de Tesis
Para Optar el Título Profesional de Licenciado en
Administración de Negocios Internacionales

Conforme a las Disposiciones Legales vigentes, siendo las 11:00 horas se levanta la sesión y en fe de lo cual, firman la presente:


Eco. Ruben Antonio Velarde Flores
Presidente


Eco. Gino Oscar Navincopa Flores
Miembro


CPC. Miguel Ángel Chiscull Padilla
Miembro

A mis abuelos, padres y tíos, con todo amor y eterna gratitud por su ayuda incalculable.

A mi amada familia, por ser la motivación más importante de mis días.

Diego A. Córdova Ayala

Deseo expresar mi gratitud a la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Administrativas, particularmente a la Escuela Académico Profesional de Administración de Negocios Internacionales por la calidad humana y profesional de sus maestros.

RESUMEN

MODELO DE MARKOWITZ CON METODOLOGIA EWMA PARA CONSTRUIR UN PORTAFOLIO DIVERSIFICADO EN ACCIONES EN LA BOLSA DE VALORES DE LIMA

DIEGO ALONSO CORDOVA AYALA

Diciembre - 2015

Asesor: Luis Flores Cebrián

Para la toma de decisiones al invertir en el mercado bursátil, un inversionista debe contemplar no solo la rentabilidad que espera obtener de su inversión sino también el riesgo asociado a ésta, como consecuencia de ello, el panorama será integral y el inversionista se encontrará lo más informado posible.

En esta investigación se presenta un modelo de optimización para la asignación estratégica de activos sobre la base de la rentabilidad y riesgo históricos, modelo de Markowitz, que se acompaña de la metodología EWMA o promedio móvil ponderado exponencialmente para la medición de la volatilidad dada la heterocedasticidad de la varianza que está presente en las series financieras actuales. El objetivo de construir portafolios diversificados en acciones en la Bolsa de Valores de Lima es proporcionar alternativas de rentabilidad esperadas minimizando el riesgo no sistemático, cumpliendo con el principio de diversificación eficiente, para que se tome la decisión de invertir según el portafolio que se adecue al perfil del inversionista.

Los resultados son favorables y validadas las hipótesis se concluye que por el modelo de optimización propuesto se construyen portafolios eficientes y diversificados en acciones, con menor riesgo y mayor rentabilidad que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

PALABRAS CLAVE: BOLSA DE VALORES, DIVERSIFICACION, EWMA,
H. MARKOWITZ, FRONTERA EFICIENTE, RAR.

ABSTRACT

MARKOWITZ'S MODEL WITH EWMA'S METHODOLOGY TO BUILD A DIVERSIFIED PORTFOLIO IN SHARES IN LIMA STOCK EXCHANGE

DIEGO ALONSO CORDOVA AYALA

December - 2015

Advisor: Luis Flores Cebrián

For making decisions to invest in the stock market, an investor must consider not only the returns expected from their investment but also the risk associated with it. As a consequence of that, the outlook will be integral and he will be informed as possible.

In this research is presented an optimizing model for strategic asset allocation based on the historical risk and returns, Markowitz's model, complemented by EWMA or exponentially weighted moving average methodology for measuring volatility given the heteroscedasticity of the variance that is present in the current financial series. The aim of building diversified portfolios in shares on the Lima Stock Exchange is to provide alternatives of expected returns minimizing unsystematic risk, accomplish with the efficient diversification principle, so the decision to invest is according to the portfolio that fits the investor profile.

Favorable results and validated hypotheses conclude that the model of optimization proposed can build efficient and diversified portfolios in shares with lower risk and higher returns than stock indices of Lima Stock Exchange.

KEYWORDS: STOCK EXCHANGE, DIVERSIFICATION, EWMA,
H. MARKOWITZ, EFFICIENT FRONTIER, RAR.

INDICE

DEDICATORIA	II
AGRADECIMIENTO	III
RESUMEN	IV
ABSTRACT	V
INDICE	VI
INDICE DE CUADROS	IX
INDICE DE TABLAS.....	IX
INDICE DE GRAFICOS	X
 CAPITULO I: INTRODUCCIÓN	 12
1.1 Planteamiento del problema.....	12
1.2 Formulación del problema.....	14
1.3 Justificación de la investigación	14
1.3.1 Justificación teórica	14
1.3.2 Justificación práctica	14
1.4 Objetivos de la investigación	15
1.4.1 Objetivo General	15
1.4.2 Objetivos específicos	15
1.5 Delimitación de la investigación	15
 CAPITULO II: MARCO TEÓRICO	 16
2.1 Antecedentes de investigación	16
2.1.1. Tesis	16
2.1.2. Trabajos de investigación	31
2.2. Bases Teóricas	49
2.2.1 Sistema financiero peruano	49
2.2.2 Las acciones como instrumento de inversión	51
2.2.3 Introducción a la teoría de gestión de portafolios	54
2.2.4 Teoría Moderna de selección de portafolios de inversión	55
2.2.5 Estimación de la tasa de descuento del inversionista	78
2.2.6 Medición de la rentabilidad ajustada por riesgo	80
2.2.7 Teoría de los Mercados Eficientes	84

2.2.8	Teoría de las Finanzas Conductuales	91
2.2.9.	La volatilidad en series de tiempo financieras.....	95
2.2.10.	La metodología EWMA	97
2.2.11.	Mejoras en la optimización del modelo de Markowitz	103
2.2.12.	Solución del modelo de Markowitz por EWMA	104
2.2.13.	Métodos alternativos de medición del riesgo	110
2.2.14.	Métodos alternativos de selección de portafolio de activos	113
2.2.15.	Estrategias para la administración de portafolios	115
2.2.16.	La Bolsa de Valores de Lima	116
2.2.17.	Índices bursátiles.....	120
2.2.18.	Ratios Financieros	124
2.3	Marco Conceptual	127
2.3.1	Definición de conceptos	127
CAPITULO III: METODOLOGÍA.....		133
3.1	Hipótesis general	133
3.2	Hipótesis específicas	133
3.3	Identificación de variables.....	133
3.3.1	Hipótesis general	133
3.3.2	Hipótesis específica N° 1	134
3.3.3	Hipótesis específica N° 2	134
3.4	Operacionalización de las variables.....	135
3.4.1	Hipótesis general	135
3.4.2	Hipótesis específica N° 1	136
3.4.3	Hipótesis específica N° 2	137
3.5	Matriz de Consistencia.....	138
3.6	Tipo de investigación.....	139
3.7	Diseño de la investigación	139
3.8	Unidad de Análisis	139
3.9	Población de estudio	139
3.10	Tipo de muestreo	139
3.11	Tamaño y selección de la muestra	141
3.12	Técnicas de recolección de datos	141
3.13	Técnicas de análisis e interpretación de datos	142

CAPITULO IV: RESULTADOS.....	143
4.1 Análisis e interpretación de rentabilidades diarias	143
4.2 Análisis e interpretación de pruebas de normalidad K-S	149
4.3 Análisis de Heterocedasticidad en el S&P/BVL General Index	153
4.4 Rentabilidad de índices y acciones S&P/BVL General Index	155
4.5 Tasa de descuento del inversionista	158
4.6 Riesgo según modelo de Markowitz con metodología EWMA.....	159
4.6.1 Matriz de desviaciones	159
4.6.2 Matriz de Varianza-Covarianza	166
4.6.1 Matriz de Correlaciones	174
4.7 Análisis comparativo e interpretación de portafolios	177
4.8 Pruebas de hipótesis	184
4.8.1 Pruebas de hipótesis general	184
4.8.2 Pruebas de hipótesis específica N° 1.....	184
4.8.3 Pruebas de hipótesis específica N° 2.....	187
4.9 Presentación de resultados.....	190
4.9.1 Frontera Eficiente de Markowitz e índices bursátiles.....	190
4.9.2 Frontera Eficiente para el modelo EWMA y Clásico	192
4.9.3 Portafolios obtenidos para el modelo por EWMA y Clásico	194
4.9.4 Composición de los portafolios propuestos	196
4.9.5 Modelo propuesto y ratios financieros	200
CONCLUSIONES	201
RECOMENDACIONES	203
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	204
ANEXOS	208

INDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Sistema Financiero Peruano.....	50
Figura 2.2. Diagrama de Riesgo-Retorno.....	72
Figura 2.3. Línea de Mercado de Capitales.....	73
Figura 2.4. Función de Utilidad de la Teoría de la Perspectiva.....	93

INDICE DE CUADROS

Cuadro 2.1. Operaciones con acciones.....	54
Cuadro 2.2. Índices bursátiles S&P/BVL vigentes.....	121
Cuadro 2.3. Cambios en los índices bursátiles BVL.....	122
Cuadro 2.4. Fechas de índices S&P/BVL TR.....	124
Cuadro 3.1: Composición del S&P/BVL Peru General Index.....	140

INDICE DE TABLAS

Tabla 4.1. Rentabilidad y riesgo de índices bursátiles.....	146
Tabla 4.2. Correlación de índices bursátiles.....	148
Tabla 4.3 Prueba de Normalidad K-S de Indices bursátiles.....	149
Tabla 4.4 Prueba de Normalidad K-S de Indices sectoriales.....	150
Tabla 4.5 Prueba de Normalidad K-S acciones S&P/BVL Peru Gen	151
Tabla 4.6 Coeficientes de Variación.....	152
Tabla 4.7 Rentabilidad de índices y acciones.....	156
Tabla 4.8 La tasa de descuento del inversionista.....	158
Tabla 4.9 Resumen de portafolios Markowitz-EWMA.....	183
Tabla 4.10 Prueba de Normalidad hipótesis 1.....	185
Tabla 4.11 Test U de Mann Whitney hipótesis 1.....	186
Tabla 4.12 Prueba de Normalidad hipótesis 2.....	188

Tabla 4.13 Test U de Mann Whitney hipótesis 2.....	189
Tabla 4.14 Resumen de portafolios por EWMA y método clásico.....	195
Tabla 4.15 Composición de los portafolios eficientes por modelo de Markowitz con metodología EWMA.....	196
Tabla 4.16 Composición de los portafolios eficientes por modelo clásico.....	198
Tabla 4.17 Lambdas óptimos y volatilidad dinámica.....	208
Tabla 4.18 Covarianzas y Lambdas por EWMA.....	209
Tabla 4.19. Matriz de Covarianzas por método clásico.....	211

INDICE DE GRAFICOS

Gráfico 4.1 Rentabilidades diarias S&P/BVL Peru General Index.....	143
Gráfico 4.2 Rentabilidades diarias S&P/BVL Peru Select Index.....	144
Gráfico 4.3 Rentabilidades diarias S&P/BVL Lima 25 Index.....	145
Gráfico 4.4 Rentabilidades diarias S&P/BVL IBGC Index.....	146
Gráfico 4.5 Dispersión de rentabilidades diarias de Índices de la BVL.....	147
Gráfico 4.6 Residuos respecto a valores predichos.....	154
Gráfico 4.7 Rentabilidad de índices y acciones.....	156
Gráfico 4.8 Metodología para calcular la volatilidad EWMA.....	160
Gráfico 4.9 Ajuste de lambda en el modelo EWMA.....	162
Gráfico 4.10 Matriz Diagonal Desviación Estándar-EWMA.....	165
Gráfico 4.11 Metodología para calcular la covarianza por EWMA.....	166
Gráfico 4.12 Lambda comparado por acción de menor (RMSE).....	168
Gráfico 4.13 Matriz de Varianza-Covarianza por EWMA.....	173
Gráfico 4.14 Matriz de Correlaciones.....	176
Gráfico 4.15 Portafolio Min. Varianza N°14.....	179

Gráfico 4.16 Portafolio Max. Retorno N°12.....	180
Gráfico 4.17 Portafolio Tangente N°13.....	181
Gráfico 4.18 Portafolio Eficiente N°6.....	182
Gráfico 4.19 Frontera Eficiente de Markowitz (EWMA).....	190
Gráfico 4.20 Frontera Eficiente e índices bursátiles.....	191
Gráfico 4.21 Frontera Eficiente comparada.....	193

CAPITULO I: INTRODUCCIÓN

1.1 Planteamiento del problema

En la Bolsa de Valores de Lima se presentan oportunidades de inversión las cuales dependiendo de las expectativas de riesgo-rentabilidad, perfil de riesgo, horizonte de inversión permitirán obtener beneficios al inversionista que desee involucrarse en este mercado bursátil.

Para la toma de decisiones al invertir en el mercado bursátil, un inversionista debe contemplar no solo la rentabilidad que espera obtener de su inversión sino también el riesgo asociado a ésta, de manera que el panorama previo a su decisión sea integral y lo más informado posible. Este aspecto, conlleva a una selección adecuada de activos financieros. Uno de los mercados financieros que más interés despierta en los inversionistas es el mercado bursátil caracterizado por su alta volatilidad, esto es, la variabilidad de los precios de dichos activos en el tiempo, como muestra de ello se tiene la cotización de las acciones dentro de un mercado bursátil que fluctúa permanentemente debido a eventos económicos, políticos, sociales que influyen en el desempeño de los mismos.

Las personas naturales y jurídicas que participan de la adquisición de estos activos bursátiles; las acciones, tienen la expectativa de obtener altos retornos, sin embargo esperar una prometedora alza en la cotización de los precios de los activos financieros no puede desvincularse de la exposición al riesgo, pudiendo bajar de forma precipitada en su valor, esto por diversas circunstancias sean fundamentadas o no, y expuestos a dos tipos de riesgo, a saber:

El riesgo específico o no sistemático entiéndase como parte del riesgo de un activo financiero que no depende de las fluctuaciones del

mercado, sino de las características específicas del propio activo; empresa o sector.

Como parte del riesgo sistemático o riesgo de mercado, existen eventos importantes que originan tendencias alcista o bajistas, que se deben a factores locales e internacionales que afectan a la economía en su conjunto.

Estos beneficios y riesgos en su totalidad representan la problemática u oportunidad en la que incurre todo aquel que desee participar en el mercado bursátil al operar directamente con acciones. Ante todo ello, se precisan de modelos o instrumentos modernos de análisis que puedan construir un portafolio diversificado en acciones al invertir en el mercado bursátil y capaz de ser aplicado por el inversionista, que busca una determinada rentabilidad a un riesgo dado, o viceversa, un nivel de riesgo para una rentabilidad determinada. Al comprender lo anteriormente mencionado, a nivel operacional se tiene que establecer qué porcentaje del dinero se debe invertir en las diferentes acciones listadas, a esto se le denomina asignación estratégica de activos, a fin de determinar cuál es la mejor asignación para nuestro portafolio de acciones, se debe considerar nuestra capacidad de tolerancia al riesgo, así como nuestras metas financieras.

Ante lo expuesto, se formula la siguiente interrogante:

¿Cómo construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima?

Se propone aplicar el modelo de la Teoría de Portafolio Moderna con el soporte de una metodología complementaria, como una propuesta objetiva para construir un portafolio diversificado en acciones para tomar decisiones de inversión dadas las expectativas de riesgo-rentabilidad que desee asumir el inversionista.

1.2 Formulación del problema

¿Cómo construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima?

1.3 Justificación de la investigación

El presente proyecto de tesis estará dividido en dos partes, en primera instancia una justificación teórica y en segundo lugar, la justificación práctica.

1.3.1 Justificación teórica

Se busca aplicar el modelo de la Teoría de Portafolio Moderna propuesta por Harry Markowitz para construir portafolios eficientes diversificados en acciones. Para que éste sea viable en los mercados bursátiles de alta volatilidad y se ajuste al entorno actual, se replantea el cálculo de una de sus principales variables; el riesgo, que originalmente utilizaba la desviación estándar, siendo reemplazado por la metodología de Promedio Móvil Ponderado Exponencialmente o (EWMA) con el propósito de rechazar dicho cuestionamiento, ergo validar su vigencia ante la coyuntura actual.

1.3.2 Justificación práctica

Se pretende brindar al inversionista el conocimiento necesario para una adecuada asignación o selección de activos dentro de un mercado bursátil orientado a la operatividad directa en acciones. Específicamente, en acciones dentro de la Bolsa de Valores de Lima (BVL) ya que éstas también poseen la característica de alta volatilidad que es la deseable para aplicar el modelo, esto conlleva a un acercamiento al mercado de valores peruano, contribuyendo a la educación bursátil del inversionista, especialmente a la inversión en valores listados

en la Bolsa de valores y a una toma de decisiones de mayor objetividad en la inversión en acciones, logrando así contribuir en el crecimiento y desarrollo del mercado bursátil peruano.

1.4 Objetivos de la investigación

1.4.1 Objetivo General

- I. Construir un portafolio diversificado en acciones utilizando el modelo de Markowitz con metodología EWMA en la Bolsa de Valores de Lima.

1.4.2 Objetivos específicos

- II. Determinar la contribución que genera el modelo Markowitz.-EWMA en la construcción de un portafolio diversificado de menor riesgo.
- III. Establecer las diferencias en el desempeño de los índices S&P/BVL y un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto

1.5 Delimitación de la investigación

Delimitación del objeto de estudio: la aplicación se efectúa sobre la base de activos de renta variable, específicamente, acciones de empresas listadas que cotizan en la Bolsa de Valores de Lima ya que éstos activos bursátiles poseen la característica de alta volatilidad que es deseable para presentar el modelo excluyendo otros instrumentos financieros. Esto no impide su aplicación en otros activos, ya que para la presente tesis está enfocado únicamente en acciones de la Bolsa de Valores de Lima.

Delimitación temporal: se lleva a cabo un análisis de datos de tipo transversal con el que se pretende tomar decisiones lo más cercana a la determinación de resultados, el período de análisis comprende desde el 03 de enero del 2011 al 19 de junio del 2015.

CAPITULO II: MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de investigación

Son numerosos los estudios respecto del modelo de Harry Markowitz y la selección de activos, principalmente efectuados en centros de enseñanza superior universitaria enfocados en el uso y validación del modelo de optimización con múltiples adaptaciones sobre la base de sus variables; riesgo y rentabilidad, de manera que sea viable su utilización en el presente.

A continuación, se presentan los antecedentes relacionados al tema de investigación realizados en el Perú y en otros países.

2.1.1. Tesis

A. Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros para construir un portafolio diversificado en acciones de las inversiones en la Bolsa de Valores de Lima

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS.
2013 MARTINEZ ANGELES, L. ALFREDO. Facultad de Ciencias Matemáticas. E.A.P. De Investigación Operativa. Para optar el título profesional de Licenciado en Investigación Operativa. Lima – Perú.

Objetivo General

Obtener un modelo de optimización que permita construir un portafolio para minimizar el riesgo de la inversión para una determinada rentabilidad, cuando se invierte en portafolios de activos bursátiles en la Bolsa de Valores de Lima.

Principales Conclusiones

Esta tesis demuestra que el Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros resuelven el problema de construir un portafolio para minimizar el riesgo del capital para una determinada rentabilidad, cuando se invierte en acciones comunes en la Bolsa de Valores; en base a la información que proporciona la Técnica del Análisis Fundamental y la formulación del Modelo de Programación Cuadrática relacionado a los ratios financieros; patrimonio neto, ganancias y pérdidas, precio/beneficio (PER) y precio/valor contable.

El Modelo Clásico de Programación Cuadrática, cuando sólo considera los dividendos es limitado, debido a que no considera otros factores relacionados con la economía que afectan a las empresas y al Mercado de Valores.

El Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros se fortalece en el análisis; cuando utiliza la información que proporciona la Técnica del Análisis Fundamental.

El Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros genera cuatro portafolios, haciendo posible comparar sus varianzas o desviación estándar.

Esta investigación comprueba que asumiendo riesgos, es más rentable invertir en la Bolsa de Valores de Lima; que colocar la inversión en una cuenta bancaria.

Es importante destacar que la investigación precedente aborda la utilización del modelo de Markowitz acompañado del uso de ratios financieros en la plaza bursátil limeña según Martinez, (2013) como medio para minimizar el riesgo al invertir en acciones, en cuyo caso se asume a un inversionista que busca preservar el capital antes que la apreciación del mismo, puesto que se evitaría de escoger acciones o portafolios con un mayor nivel de riesgo a una rentabilidad dada. La investigación anterior posibilita nuevas

variantes para el cálculo del modelo de Markowitz o que sirvan de complemento, como es el caso de los ratios financieros, para su uso en la práctica.

B. La teoría del portafolio de Markowitz, determinación y evaluación del conjunto de carteras eficientes en la Bolsa de Valores de Lima. Periodo 1997-2005.

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
2007. LAFOSSE BENAVIDES, ANTONIO GUSTAVO. Tesis para optar el grado académico de Doctor en Ciencias Contables y Empresariales. Facultad de Ciencias Contables. Lima – Perú.

Objetivo General

La presente investigación busca determinar el conjunto de carteras eficientes según el criterio de la teoría de Portafolio de Markowitz, en la Bolsa de Valores de Lima durante el periodo 1997-2005. Una vez determinados los distintos portafolios se evaluará su comportamiento, como estrategia de inversión.

Principales Conclusiones

Se debe fortalecer, desarrollar el mercado de capitales, tanto los mercados de intermediación directa, como los de intermediación indirecta.

Las acciones más rentables resultaron las acciones de Volcán con una rentabilidad esperada de 110.5% anual, mientras las acciones menos rentables resultaron las acciones de Austral con una rentabilidad de 0.6% anual.

Las acciones más riesgosas son las de Volcán con una desviación estándar de 207,2%, mientras que las acciones

con menos dispersión son las de la Compañía Edegel con una desviación estándar de 24,0%. De la investigación obtenemos pues que justamente la acción más riesgosa es la más rentable, confirmándose de esa manera la ley inexorable de las finanzas, que a mayor riesgo, mayor rentabilidad, dos caras de la misma moneda.

Otra variable muy importante a fin de evaluar la teoría de Portafolio de Markowitz es la covariabilidad que existe entre las acciones estudiadas, es decir, la correlación que existe entre las rentabilidades de las diferentes acciones. En la medida que el grado de correlación entre dos acciones sea más negativo, éstas acciones serán más atractivas para formar portafolios (de esta manera se minimiza el riesgo), o viceversa, si el grado de correlación entre dos acciones es positivo, entonces estas acciones no serán atractivas para formar portafolios (no tiene sentido la diversificación).

La frontera eficiente se caracteriza por tener las denominadas “carteras de esquina”. Se hallaron nueve carteras de esquina (se les llama cartera de esquina porque a ese nivel de riesgo se introduce o retira de los portafolios eficientes una acción).

Como consecuencia de que las carteras encontradas en la presente investigación dan una mayor rentabilidad para un nivel de riesgo dado y un menor riesgo (suprime totalmente el riesgo no sistemático) para cada nivel de rentabilidad y asimismo nos sirve como estrategia de inversión, por lo tanto no se rechaza la hipótesis general de la presente investigación. Las rentabilidades obtenidas utilizando las carteras eficientes han superado en todos los casos a la rentabilidad de los activos independientes, por lo tanto, no se rechaza la segunda hipótesis de que las carteras eficientes obtenidas de la utilización de las técnicas propuestas por

Markowitz nos sirven como una estrategia de inversión en el largo plazo.

Con la investigación realizada por (Lafosse, 2007) demuestra que el uso del modelo de Markowitz sirve de manera objetiva y plausible para establecer una estrategia de inversión considerando que los portafolios contruidos son de mayor rentabilidad que las acciones individuales a un nivel de riesgo dado. Dado los hallazgos logrados, se fortalece la utilización del modelo en el contexto bursátil local.

A nivel internacional se realizan investigaciones con similar temática con diversos propósitos; probar la validez del modelo en contraposición a otras alternativas, diferentes formas de cálculo o ya sea el instrumento financiero a analizar.

C.El modelo de Markowitz en la teoría de portafolios de inversión

Datos bibliográficos

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL. 2008. OCHOA GARCIA, S. IBETH. Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas. Sección de Estudios de Posgrado e Investigación. Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias en Administración. México D. F. – México.

Objetivo General

El desarrollo de la tesis tiene como objetivo principal contrastar la congruencia teórica de un modelo desarrollado en Excel el cual permite obtener los portafolios que se encuentran en la frontera eficiente, así como determinar las

limitaciones de éste, para lo cual se desarrolló un programa empleando un software dinámico Geometer's Sketchpad mediante el cual es posible apreciar numérica y gráficamente el comportamiento de un portafolio de inversión considerando sólo dos instrumentos de inversión.

Principales Conclusiones

La teoría de portafolios de inversión realmente es muy amplia, en esta tesis fue empleado sólo el método conocido como Modelo de Markowitz, el cual desde el punto de vista del investigador es uno de los métodos más sencillos, mediante el cual cualquier inversionista interesado en la Teoría de Portafolios puede adentrarse en el tema.

El Modelo de Markowitz determina a los portafolios eficientes. Un portafolio eficiente es aquel que para cierto nivel de riesgo dado, la proporción invertida en cada uno de los instrumentos que conforman al portafolio, permite obtener el máximo rendimiento, esto sugiere que existen otros muchos portafolios que considerando los mismos instrumentos de inversión, pero distintas proporciones, los rendimientos obtenidos son menores. El conjunto de portafolios eficientes se encuentran precisamente en la conocida como Frontera Eficiente, donde se cumple que a mayor nivel de riesgo se tienen un mayor rendimiento esperado.

La frontera eficiente delimita el mínimo y máximo rendimiento que son posibles de obtener considerando ciertos instrumentos de inversión. En dado caso que el inversionista deseara correr mayores riesgos para obtener mayores rendimientos, tendría que considerar otros instrumentos de inversión. El modelo mediante el cual se determinan las proporciones idóneas, para algún nivel de

riesgo dado, de tal de maximizar los rendimientos esperados se puede realizar mediante el uso de distintos programas, tales como Lindo, Lingo e incluso Excel mediante la herramienta llamada Solver. Dichos programas permiten que la aplicación del Modelo de Markowitz no presente el mayor problema en cuanto al número de cálculos necesarios.

El Modelo de Markowitz no es el único existente en lo que se refiere a la teoría de Portafolios de Inversión, por lo que también se destinó un apartado en el que se mencionan brevemente los métodos alternativos de Medición del Riesgo.

Para (Ochoa, 2008) que da énfasis en exponer las características, atributos y limitantes que tenga el modelo de Markowitz, reconoce que la aplicabilidad del mismo está al alcance del inversionista y al hacer uso de distintos programas computacionales es posible proporcionar una herramienta eficaz a su servicio. La presente investigación considera éste punto y hace uso del Excel-Solver como soporte para el cálculo de las variables del modelo propuesto.

Como parte de las investigaciones que contrastan el uso de modelos para una composición eficiente de un portafolio de acciones, se sugiere adicionar indicadores o métodos complementarios que optimicen el modelo base, a saber:

D. Optimización del modelo Media-Varianza-Skewness para la selección de un portafolio de acciones y su aplicación en la BVL usando programación no Lineal

Datos bibliográficos

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU. 2011.
CORRALES CESPEDES, JOSE. Facultad de Ciencias e Ingeniería. Tesis para optar el Título de Ingeniero Industrial. Lima - Perú.

Objetivo General

Obtener de tres metodologías distintas la composición más eficiente de un portafolio de acciones a través de la optimización matemática, a partir de la media, varianza y asimetría, de algunas acciones seleccionadas del Índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima, dichas metodologías parte de la ampliación de la Teoría de Portafolios Eficientes de Markowitz.

Principales Conclusiones

Emplear únicamente la media y la varianza para la selección eficiente de un portafolio de acciones no es suficiente, puesto que en base a los mismos datos históricos de precios se puede construir el indicador de asimetría, que proporciona información valiosa para la construcción de un portafolio con mejores probabilidades de rendimientos positivos.

La metodología de Superficie Eficiente proporciona una amplia variedad de portafolios eficientes entre los cuales se puede elegir de acuerdo a la aversión al riesgo del inversionista, puesto que el riesgo no se entiende solo como la desviación del rendimiento obtenido respecto del esperado, sino también como la probabilidad de obtener rendimientos negativos.

La metodología de Superficie Eficiente resulta muy laboriosa para su construcción, asimismo no se ha demostrado

teóricamente que la región factible sobre la que se maximiza la asimetría sea en todos los casos una región cerrada, por lo que la metodología empleada podría variar dependiendo del resultado.

En la metodología de Optimización Lexicográfica, se aprecian algunas mejoras producto de violaciones aceptables en las restricciones, asimismo se puede apreciar que iniciar el proceso de optimización con la rentabilidad o la asimetría resulta indiferente.

En la metodología de optimización por niveles Objetivo, tal como demuestran los datos, en los dos Solver utilizados, se han mejorado significativamente los resultados obtenidos en promedio por el Índice General y el Índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima, por lo que el desarrollo de los modelos se justifica. En la misma metodología se comprueba el rol fundamental de la asimetría, proporcionando información vital para la toma de decisiones, puesto de otra manera se hubiese escogido un portafolio con mayores probabilidades de obtener rentabilidades negativas que positivas.

De todas las metodologías estudiadas en dicho trabajo, se considera que ésta, optimización por Niveles Objetivo, es la de mayor utilidad, porque provee resultados concretos para la selección de un portafolio de acciones.

Para (Corrales, 2011) el uso de la función Solver desempeña un rol fundamental, para efectos de optimización, que a su vez se muestra como una herramienta válida para su utilización en posteriores investigaciones.

E. Técnicas de Valuación, estrategias y aplicación de opciones, sobre acciones que se negocian en la Bolsa de Valores de Lima.

Datos bibliográficos

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU 2005.
BEDOYA BENAVIDES, MATEO EDGARDO. Tesis para optar el título de Ingeniero Industrial. Facultad de Ciencias e Ingeniería. Lima – Perú.

Objetivo General

En la presente tesis se elaboró un portafolio de opciones basado en las quince acciones de la Bolsa de Valores de Lima que se negocien con mayor frecuencia. Uno de los parámetros más importantes en la valuación de opciones es la volatilidad, así que se analizó qué método de estimación de volatilidad es más adecuado para el portafolio elaborado. Así que para cada acción del portafolio se examinó qué estrategia de opciones es más apropiada y se investigó los posibles resultados de cada una. Mediante simulación de Monte Carlo, se analizó cuál es el riesgo y la rentabilidad del portafolio de opciones en su conjunto. Luego se realizó una comparación entre el portafolio de opciones y un portafolio equivalente que consiste de los mismos nemónicos pero que únicamente involucre acciones. Finalmente, se recopilamos los datos de la Bolsa de Valores de Lima correspondientes al siguiente trimestre, y se evaluaron los resultados del portafolio de opciones y del portafolio de acciones.

Principales Conclusiones

Se estimó la volatilidad de las acciones del portafolio para el segundo trimestre del 2004. La estimación fue realizada utilizando la fórmula de desviación estándar, el modelo EWMA y el modelo GARCH, para estos dos últimos modelos

se realizaron diversos cálculos con diferentes períodos de data histórica. Al compararlo con las cotizaciones reales de la BVL durante dicho período se obtuvo que el modelo EWMA con 2 años de data histórica es el modelo con el que el pronóstico tiene menor error. El modelo EWMA con 2 años de datos históricos logró pronosticar correctamente para 12 acciones de las acciones del portafolio que sus volatilidades del tercer trimestre serían más bajas que las del segundo trimestre, para una acción se pronosticaron acertadamente que la volatilidad incrementaría, y sólo se erró en dos acciones.

Al respecto de la investigación precedente, es relevante señalar las condiciones de volatilidad que presenta la plaza bursátil limeña, cuyo pronóstico de menor error está dado por el uso de la metodología de promedio móvil ponderado exponencialmente (EMWA) indicado por Bedoya (2005), en este caso se presenta como una herramienta útil para el pronóstico de la volatilidad en series financieras y el valor que aporta a la presente investigación es pieza fundamental para su realización, ya que se deriva como metodología complementaria para el cálculo del riesgo de portafolio.

A nivel internacional, se desarrollan comparaciones que toman como base la metodología propuesta por Harry Markowitz y que a su vez incorporan elementos como el método de promedio móvil exponencialmente a razón de evaluar sus resultados.

F. Comparación de metodologías de Valor en Riesgo (VaR), sobre un portafolio de activos financieros

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD DE LA SABANA. 2007 BORDA ANGEL, J. Pablo. Facultad de Ingeniería. Proyecto de grado para optar el título en Ingeniería Industrial. Bogotá D.C. - Colombia.

Objetivo General

Realizar comparaciones entre distintas metodologías para medir el VaR al que puede estar expuesto un inversionista que invierte en diferentes instrumentos financieros, como lo son: La tasa representativa del Mercado o precio del dólar (TRM), los títulos emitidos por el Estado (TES) a corto plazo, cuyo vencimiento es el 10 de Julio de 2009, y a largo plazo cuyo vencimiento es el 24 de Julio del 2020.

Principales Conclusiones

Los resultados obtenidos en el VaR del portafolio a través de las seis metodologías implementadas, demuestra la importancia de la diversificación. Siempre que se elijan títulos con correlaciones negativas, entre éstos se asegurará una disminución en el nivel de riesgo.

En un buen criterio para conformar un portafolio y activos financieros con base exposición al riesgo de mercado es: evaluar detalladamente las correlaciones presentadas entre todos los activos del portafolio, y elegir activos que sea compensen y diversifiquen el VaR de este portafolio.

El VaR no debe ser tenido en cuenta como solo una herramienta para cuantificar la exposición al riesgo de mercado, sino también deben empezar a emplearse herramientas de optimización que permitan describir mejor las correlaciones entre los activos dentro del portafolio, y de esta manera poder diversificar más eficientemente el riesgo. Un manejo activo del riesgo es indispensable para tener un

mejor posicionamiento, control y asegurar una ventaja competitiva frente a la competencia.

Como conclusión a nivel global del trabajo de grado, se puede señalar, que debido el comportamiento de las tasas de interés de los títulos de deuda soberana interna de Colombia (TES), y a la constante y fluctuación del precio del dólar en Colombia, cada vez se hace más difícil hacer una proyección o desarrollar un pronóstico acertado del movimiento de las tasas y precios en el mercado. En estos momentos de alta volatilidad de las variables financieras, es cuando los inversionistas de los mercados financieros deben ajustar aún más sus pronósticos de Valor en Riesgo, siendo un poco más pesimistas, y realizar sus cálculos a niveles de confianza más elevados. También deben prestar más atención a las inversiones que se pueden realizar en diferentes campos, esto con el fin de diversificar el riesgo. Finalmente, el mayor aporte de este trabajo de grado fue resolver un problema que experimenta un inversionista común y corriente en Colombia, al no poder cuantificar verazmente su exposición al riesgo de mercado. También se explicaron y sugirieron diferentes métodos de cuantificación de riesgo de mercado para activos financieros individuales y para un portafolio de inversión.

En lo que respecta a la anterior investigación, Borda (2007) considera que un buen criterio para construir un portafolio y activos financieros con base a la exposición al riesgo de mercado es evaluar detalladamente las correlaciones presentadas entre todos los activos del portafolio, fundamento necesario para una adecuada diversificación.

Con la finalidad de medir el desempeño de un portafolio de activos y el comportamiento del mismo se pueden llevar a

cabo comparaciones contra un índice o índices representativos ya sea a nivel local o internacional, con ello es posible observar si el portafolio conformado es más rentable y de menor riesgo que el promedio del mercado, es decir, eficiente respecto del promedio del mercado.

G. Construcción una cartera diversificada de acciones en el mercado de valores peruano y su comportamiento en la crisis financiera internacional de 2008

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD CATOLICA SANTA MARIA 2008. ARANA CABREJOS, J. DIEGO; GOMEZ PAREDES, J. ALONSO. Facultad de Ciencias Económico Administrativas. Tesis para optar el título de Ingeniero Comercial especializado en Finanzas. Arequipa – Perú.

Objetivo General

Construir una cartera diversificada de acciones en el mercado de valores peruano y evaluar su comportamiento en la Crisis Financiera Internacional del año 2008.

Principales Conclusiones

El Índice de la Cartera Diversificada ha demostrado ser, durante el periodo de análisis, superior tanto en épocas de alza como en épocas de baja respecto al promedio del mercado bursátil peruano indicado por el IGVBL. Esto Demuestra que la diversificación si funciona ya que por medio de correlaciones se está logrando ser menos afectado por la Crisis Financiera Internacional. El Índice general de la Bolsa de Valores no tiene como objetivo ser una cartera diversificada ya que para formarlo no se toma en cuenta diversificación sino indicadores como el monto negociado del día a día, frecuencia de cotización entre otros El objetivo del

Índice General de la Bolsa de Valores de Lima es medir el desenvolvimiento de la Bolsa de Valores de Lima como media del mercado bursátil peruano.

La correlación de Pearson que usa el Microsoft Excel dio como resultado que las acciones menos correlacionadas de los sectores Bancos y Financieras, Servicios, Diversas y Mineras son BVLAC1, TELEFBC1, HIDRA2C1, VOLCAAC1 y BUENAVC1 que son las acciones que formaron la cartera.

Con la investigación de (Arana & Gomez, 2008) es posible evidenciar el principio de correlación que coadyuva a la diversificación del portafolio y por tanto a conformarlo con eficiencia en contraposición al promedio del mercado, dada la coyuntura de ese período.

Es importante destacar que los distintos trabajos de investigación descritos a continuación concuerdan en su mayoría en el uso común del modelo de Markowitz en mercados de alta volatilidad como es el caso de mercados bursátiles y de divisas, en algunos casos no cuestionando los postulados clásicos de la Teoría Moderna de Portafolio propuesta por Markowitz en 1952 y en otros; mediante el uso metodologías complementarias para el ajuste en alguna o en ambas variables del modelo base, con el fin de otorgar el rigor necesario para su aplicación en la toma decisiones de inversión.

2.1.2. Trabajos de investigación

A. El modelo de Markowitz en la gestión de carteras

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO-EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA. 2002. MENDIZÁBAL ZUBELDIA, ALAITZ MIERA ZABALZA, LUIS M.; ZUBIA ZUBIAURRE, MARIAN. Cuadernos de Gestión Vol. 2. N.º 1. Lejona-España.

Objetivo General

Mostrar que el modelo de Markowitz puede ser de gran utilidad en la práctica, capaz de proporcionar carteras que ofrezcan una mayor rentabilidad y un menor riesgo que la cartera representada por los índices IBEX-35 e IGBM. Y de forma simultánea, comprobar la supuesta eficiencia de estos índices como representantes de la cartera de mercado teórica.

Principales Conclusiones

En el estudio empírico realizado, se observa, por un lado, que el modelo de Markowitz es capaz de proporcionar carteras que batan a las carteras de mercado de referencia (IBEX-35 e IGBM), obteniendo mayores rentabilidades con un menor riesgo. Y por otro, tanto el IBEX-35 como el IGBM no son carteras eficientes, no reflejando el comportamiento de la cartera de mercado teórica. Por lo tanto, el modelo de Markowitz, como herramienta de selección de carteras, ha sido capaz de proporcionarnos carteras con mejor performance que los índices de referencia del mercado. Además, debemos tener en cuenta que las carteras negociadas en España no suelen batirlos de forma sistemática. No obstante, estos resultados están sujetos a

las consideraciones anteriormente expuestas sobre las limitaciones de las estimaciones realizadas según datos históricos.

El modelo de Markowitz, referente teórico en el campo de la teoría de selección de carteras, puede resultar de gran utilidad en la práctica. Los analistas de inversiones, los gestores de carteras e incluso los inversores particulares pueden utilizarlo de forma sencilla, al disponer del software y hardware necesarios para su aplicación. No obstante, no se debe olvidar que el empleo de esta técnica requiere una estimación correcta de los rendimientos esperados de los títulos y de sus covarianzas. Además, las estimaciones realizadas en función de datos históricos no aseguran el comportamiento posterior del mercado bursátil. En este sentido, Michaud y Haugen (citado por Mendizábal, Alaitz & Zubia, 2002) considera que el empleo de parámetros históricos como estimadores de los parámetros esperados introduce sesgos importantes, que hace que las carteras eficientes proporcionadas por el modelo se formen fundamentalmente con activos de alta rentabilidad, reducida varianza y baja correlación con otros activos. Esto proporciona carteras concentradas en pocos títulos y que resultan poco atractivas para los inversores. No obstante, este inconveniente puede solucionarse introduciendo restricciones que limiten el porcentaje máximo del presupuesto que puede destinarse a cada título.

El aporte del trabajo de investigación anterior demuestra la utilidad en la práctica del modelo de Markowitz y comprueba su vigencia, sin embargo, denota que las carteras o portafolios concentrados en pocos títulos son poco atractivas para los inversionistas (Mendizábal, Miera, & Zubia, 2002). En contraposición a esto, la presente investigación hace uso

de la metodología EWMA para lograr el principio de diversificación y con ello desconcentrar los títulos valores o acciones a adquirir.

B. Teoría de Markowitz con metodología EWMA para la toma de decisión sobre cómo invertir su dinero

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD PILOTO DE COLOMBIA 2013.

BETANCOURT BEJARANO, KATHERINE; GARCÍA DÍAZ, CARLOS M.; LOZANO RIAÑO, VIVIANA. Revista Atlántica de Economía – Volumen 1.

Objetivo General

El objetivo es desarrollar un modelo de optimización de portafolios de inversión, que permita tomar decisiones sobre el cómo invertir, dado un conjunto de activos financieros disponibles desde el mercado accionario colombiano. Esta teoría tiene ventajas sobre las teorías clásicas de portafolio, ya que además de tener en cuenta el rendimiento de los activos, incorpora como elemento adicional el factor de riesgo, en un mismo modelo; creando así, un estilo de inversión, que usa de manera eficiente la información.

Principales Conclusiones

El modelo expuesto en este artículo, permite ofrecer una metodología clara para diseñar diferentes alternativas de inversión dependiendo de la rentabilidad que se espera ganar y el riesgo que se está dispuesto asumir. A partir de la conformación de portafolios óptimos que se ubican en la frontera eficiente a través del análisis matemático de la evolución de las rentabilidades de los diferentes activos.

Al analizar los resultados obtenidos por cada uno de los portafolios de inversión realizados con base en la teoría de

Markowitz, se evidencia que el desempeño de los portafolios obtenidos conforman una buena guía de búsqueda para los inversionistas que no conocen mucho del mercado, combinando activos de diferentes especies y que tienen buenas referencias en el mercado, en cuanto a liquidez y capitalización, con lo cual se esperaría una mayor participación de nuevos inversionistas; además las propuestas son diversificadas.

Analizando los resultados obtenidos, se evidencia que la hipótesis: “Una cartera diversificada internacionalmente, comparadas con carteras puramente nacionales, tienden a ofrecer un rendimiento comparable entre sí, a un menor nivel de riesgo”, no se cumple en este caso, lo cual es explicable dado el comportamiento satisfactorio de los mercados emergentes sobre los mercados desarrollados en cuestión de volatilidades, en estos momentos de crisis; aunque es necesario comparar más simulaciones para verificar el cumplimiento de esta hipótesis.

Con la matriz de varianzas y covarianzas hallada con la metodología EWMA, se busca darle un mayor peso a las observaciones más recientes, con lo cual se pueden estructurar portafolios de manera más ajustada al comportamiento real de los activos, con los objetivos de rentabilidad y riesgo establecidos, es decir, con el EWMA es posible construir mejores y más precisas estimaciones cuando se trabaja con series que presentan periodos de relativa tranquilidad seguidos por periodos de alta volatilidad y viceversa, como el caso de las series financieras, donde es muy frecuente la heteroscedasticidad, ya que la varianza no es constante en las observaciones por los cambios que se generan.

Destacar el aporte de la investigación precedente resulta fundamental ya que mediante el uso de la metodología EWMA se busca otorgar mayor importancia a las observaciones recientes, esto es, a la cotización de cada acción, ya que evidencia fuertes diferencias en cuanto a la diversificación lograda por desviación estándar, mientras que la metodología por EWMA el conjunto de activos propuesto es más amplio, lo cual disminuye el nivel de riesgo, de acuerdo al principio de diversificación (Betancourt, García, & Lozano, 2013).

C. Modeling in the Spirit of Markowitz Portfolio Theory in a Non Gaussian World

Datos bibliográficos

MATHEMATICAL INSTITUTE, INDIA. & ITAM, MÉXICO.
2012. KARANDIKAR, RAJEEVA L. & SINHA, TAPEN.
Academic Journal Vol. 103 Issue 6, p666.

Objetivo General

La mayoría de los mercados financieros no tienen tasas de rendimiento que sean de distribución Gaussiana. Por lo tanto, el modelo de Markowitz, media-varianza produce resultados que no son óptimos. Se proporciona un método para mejorar el modelo de Markowitz usando Valor en Riesgo (VaR) y la Mediana como criterios de decisión.

Principales Conclusiones

Se ha demostrado una y otra vez que en muchos mercados financieros, las tasas de retorno de muchos activos están lejos de tener una distribución de Gauss. En particular, en los mercados de productos básicos o commodities y los mercados de tipos de cambio o de divisas tienen grandes y persistentes desviaciones de lo normal. Adicionalmente,

incluso las tasas de retorno en los mercados de valores con leves niveles de transacción tienen colas más extensas que lo normal. Esto hace que la varianza como una medida de riesgo sea muy engañosa. Por otra parte, el Valor en Riesgo (VaR) en lugar de la varianza se ha convertido en la medida estándar de riesgo tanto en el mercado como para los reguladores.

Se ofrece una solución práctica para hacer frente a ambos problemas de forma conjunta. El replanteo de las variables que conforman el modelo clásico de Markowitz; riesgo y rentabilidad, también conocido como modelo de media-varianza, evidencia que la distribución de los rendimientos no obedece necesariamente a una distribución normal, y las series financieras otorgan una característica particular a la varianza; la heterocedasticidad. En tanto, surge la necesidad de tomar en consideración el uso de distintos estadísticos e indicadores para ajustar el modelo a la realidad de dichos mercados financieros, particularmente en el mercado de divisas y commodities según los hallazgos encontrados por su alta volatilidad (Karandikar & Sinha, 2012).

D. Modeling Volatility: Indian Stock and Foreign Exchange Markets

Datos bibliográficos

ICFAI Business School 2013. S. VIJAYALAKSHMI; SANIA GAUR. Facultad de Finanzas. Journal of Emerging Issues in Economics, Finance and Banking (JEIEFB). An Online International Monthly Journal (ISSN: 2306-367X). Volume: 2 No.1 Hyderabad - India.

Objetivo General

El objetivo que esta investigación busca responder es identificar el modelo ideal que mejor explica la volatilidad y la asimetría del mercado de acciones de la India y del mercado de divisas. El NSE y la BSE son índices que se utilizan para examinar la volatilidad del mercado de valores. En este sentido, el trabajo se divide en dos partes: la selección y comparación de diversos modelos sobre la base de estadísticas de error de pronóstico del modelo. Con base en las estadísticas de predicción nos encontramos con que TARCH y PARCH conducirán a una mejor previsión de la volatilidad para los índices BSE y NSE para la evaluación del mercado de valores y ARMA (1,1) / ARCH / EGARCH para el mercado de divisas.

Principales Conclusiones

Se consideró un total de ocho modelos diferentes en este estudio y se evaluaron estos modelos de la competencia sobre la base de dos clases de medidas de evaluación; estadísticas de errores simétricos y asimétricos. Sobre la base de la salida de las previsiones de la muestra y el número de medidas de evaluación que clasifican a un método particular como superior, podemos inferir que EWMA y TARCH conducirán a mejoras en los pronósticos de volatilidad en el mercado de valores y el EGARCH a lograr lo mismo en el mercado de divisas. Estos resultados son contrarios a los hallazgos de Brailsford y Faff (citado por Vijayalakshmi & Gaur, 2013), quienes encontraron que un solo método no es superior. Pero, los resultados en el mercado de valores son similares a los resultados de Akigray (citado por Vijayalakshmi & Gaur, 2013) y McMillan (citado por Vijayalakshmi & Gaur, 2013), y Anderson y Bollerslev (citado por Vijayalakshmi & Gaur, 2013) en el mercado de divisas. Las inferencias permanecen igual,

incluso sobre la base de estadísticas de errores asimétricos. Esto sugeriría la superioridad de los modelos implicados sobre otros, dadas las futuras situaciones estables. Cualquier período de crisis o situación inestable podrían conducir a resultados variables de los modelos concluidos. Por lo tanto, a los lectores se les sugiere hacer los cambios en consecuencia.

Las conclusiones presentadas por Vijayalakshmi & Gaur (2013) ratifican que la metodología EWMA, promedio móvil ponderado exponencialmente, conduce a mejoras en los pronósticos de volatilidad en el mercado de valores de su entorno local, y muestra la existencia de un consenso en cuanto a resultados se refiere en la funcionalidad de este modelo propuesto, considerando la heterocedasticidad como una propiedad de la varianza en dichos mercados. Esto hace posible considerarlo como una herramienta a ser aplicada en otras plazas bursátiles y comprobar su aporte.

E. Portfolio Selection by Using Time Varying Covariance Matrices

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD DE ESTAMBUL. MEHMET HORASANLI; NESLIHAN FIDAN 2007. Facultad de Administración de Negocios. División de Técnicas Cuantitativas. Journal of Economics and Social Research 9(2), 1-22. Estambul - Turquía.

Objetivo General

Este artículo presenta el uso de promedios móviles ponderados exponencialmente y técnicas condicionales auto-regresivas generalizadas de heterocedasticidad en la

selección del portafolio. Las varianzas de seguridad y el término covarianza entre cada valor se calculan utilizando esquemas GARCH (p, q) exponencialmente ponderados. Además, igualmente ponderados, se utilizan esquemas GARCH (p, q) exponencialmente ponderados para los retornos de los valores del índice XU030 y parámetros de riesgo de portafolio de un cierto nivel de rendimiento esperado son comparados. Las desviaciones de la media y la varianza de la teoría de portafolios de Markowitz se investigan.

Principales Conclusiones

En este trabajo, el uso de promedios móviles ponderados exponencialmente y la técnica generalizada de heterocedasticidad autorregresiva condicional en la selección de cartera se aplicó a una selección de valores del mercado de la Bolsa de Estambul y el rendimiento de cada modelo se comparó. Con el fin de hacer una comparación, los portafolios óptimos en cada nivel de rendimiento esperado se obtuvieron por la teoría clásica Markowitz y los resultados se compararon con otras dos técnicas de modelado de la volatilidad; EWMA y GARCH.

Los resultados obtenidos afirman que en el mismo nivel de rendimiento esperado, siempre se puede tener portafolios de menor riesgo mediante el uso de matrices de covarianzas ponderadas exponencialmente. Según la evidencia hallada trabajar con datos exponencialmente ponderados es superior a la de igual ponderación y GARCH $(1,1)$, ya que el desempeño reciente de los valores está dado por el mayor peso en el pronóstico de los desempeños futuros y de las condiciones actuales del mercado siendo modeladas con mayor precisión. Los pronósticos GARCH parecen reaccionar más lentamente a los cambios en la volatilidad.

Markowitz (citado por Horasanli & Fidan, 2007) señaló un camino para el cálculo de los parámetros media y varianza razonables y el esquema exponencialmente ponderado proporciona una manera más eficiente para el cálculo de estos parámetros y así responder a los cambios del mercado de valores.

Se destaca del anterior trabajo de investigación, la superioridad de la metodología EWMA frente al uso de la desviación estándar en el trabajo de datos ponderados exponencialmente respecto de datos de igual ponderación, para una óptima selección de portafolios en los mercados bursátiles (Horasanli & Fidan, 2007). De esta investigación son tomadas las expresiones matemáticas para el uso de la metodología EWMA en el cálculo de la varianza y la covarianza.

F. Análisis de Riesgo de las principales acciones enlistadas en la Bolsa de Valores de Lima

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
2013. GOMERO GONZALES, NICKO ALBERTO. Facultad
de Ciencias Contables. Lima-Perú.

Objetivo General

Se analiza un conjunto de acciones que se cotizan en la Bolsa de Valores y están enlistadas en el Índice Selectivo, tomando como base el comportamiento de sus rentabilidades y debidamente contrastadas con el rendimiento del mercado. En el presente estudio, se llega a determinar cada uno de las betas, indicador que proyecta el grado de sensibilidad del activo con relación al comportamiento del mercado.

Principales Conclusiones

El mercado bursátil global, después de la crisis que originó la caída de instituciones financieras internacionales y desequilibrios de las cuentas gubernamentales de muchos países involucrados en este escenario de turbulencia, aún no logra dar señales de confianza. Es por ello que los inversionistas globales se muestran cautelosos en el momento de estructurar sus portafolios de activos. El NASDAQ, EL IBEX, DOW JONES, entre otros índices bursátiles, no muestran señales claras de recuperación y de crecimiento sostenido. El mercado bursátil nacional, si bien se caracteriza por ser pequeño y poco profundo, en comparación con otras bolsas de la región y del mundo, pero debido a las fortalezas macroeconómicas del país, ha experimentado crecimientos importantes y sostenidos en su rentabilidad, proyectando con ello, buenas señales a los inversionistas locales e internacionales.

El hecho que la Bolsa de Valores se caracteriza por su elevada volatilidad, esto no significa que las empresas, el gobierno, inversionistas no institucionales, la consideren como un importante escenario para realizar operaciones especulativas de corto plazo o en todo caso, obtener liquidez para financiar sus proyectos de inversión.

El beta es un indicador de volatilidad de los activos de renta variable. Su determinación implica contrastar el rendimiento del activo con el del mercado de valores. Bajo esta concepción teórica, las acciones cementeras presentan señales de baja volatilidad, contrariamente, los títulos mineros, son los que proyectan mayores señales de riesgo ya que el coeficiente de volatilidad (beta) es mayor a la unidad. Con este tipo de acciones los inversionistas deberían de esperar ganar más que el mercado bursátil.

Con el trabajo de investigación llevado a cabo por (Gomero Gonzales, 2013) sostiene el hecho de que la Bolsa de Valores de Lima está caracterizada por su elevada volatilidad, y que el desempeño de ésta se mide por los resultados que pueda alcanzar los índices General y Selectivo, y sugiere que la medición del riesgo de los activos puede llevarse a cabo mediante otros estadísticos, sea la desviación estándar y el coeficiente de correlación y de esta manera verificar la operatividad del modelo de Markowitz.

La Bolsa de Valores de Lima es parte del Mercado Integrado Latinoamericano, conformada por Colombia y Chile. Con el trabajo de investigación de (Romero, Ramírez, & Guzmán, 2013) se pretende mostrar que la diversificación internacional, esto es, la adquisición de títulos valores en otras plazas bursátiles distintas a la local, como es en el caso de acciones, no necesariamente cumple su finalidad en aspectos de riesgo y rentabilidad, debido a procesos de integración financiera entre las economías. Con ello se estima que la diversificación en acciones a nivel local es una opción viable a considerar para la construcción de portafolios.

G. Mercado Integrado Latinoamericano (MILA): análisis de correlación y diversificación de los portafolios de acciones de los tres países miembros en el período 2007-2012

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD DE MEDELLIN 2013. ROMERO-ÁLVAREZ, Y. PATRICIA; RAMÍREZ-ATEHORTÚA, F. HERNANDO; GUZMÁN-AGUILAR, D. SIRLEY. Cuad. Contab 14(34): 53-74. Bogotá – Colombia.

Objetivo General

El objetivo de esta investigación es determinar si existe integración financiera entre los países pertenecientes al MILA y se enfoca en dos aspectos: primero, la obtención del portafolio óptimo diversificado de una combinación de las 15 acciones más bursátiles de cada uno de los países pertenecientes al MILA, Chile, Colombia y Perú en comparación con la combinación óptima de un portafolio diversificado reproducido mediante el Modelo de Harry Markowitz con los índices de la bolsa de cada uno: el IPSA, IGBC y el IGBVL. El segundo enfoque indaga si existe integración de los mercados accionarios mediante el análisis de los factores en común de estos países, bajo la premisa de que, si existe integración, los activos de todos los países tienen el mismo comportamiento en un alto grado; para ello, se usa el método estadístico de análisis de componentes principales; por último, se contrastan los resultados y efectos de la integración en la diversificación.

Principales Conclusiones

Un portafolio diversificado conformado con Chile, Colombia y Perú, países integrantes del Mercado Integrado Latinoamericano, MILA, permite una diversificación eficiente en cuanto brinda acceso a los inversionistas tanto locales como extranjeros a una mayor rentabilidad y a un menor riesgo que en los portafolios de acciones de cada país individual. El MILA le permite a un inversionista chileno pasar de acceder a invertir en un portafolio óptimo con una rentabilidad de 6,74% y un riesgo de 20,83% a una rentabilidad de 13,54% bajo un riesgo de 22,15%, pero para los colombianos y peruanos no pasa lo mismo. Este estudio encontró que estadísticamente cuando hay integración financiera, se disminuyen los beneficios de diversificación, ya que estos países presentan un binomio de riesgo-

rentabilidad de 15,68 y 25,94%, y 50,42 y 28,54%, respectivamente, pues aunque el riesgo del MILA es menor, las rentabilidades también lo son. Aunque se presencia la diversificación de acuerdo con la teoría moderna de portafolios, los resultados no son tan contundentes como se esperaba: la rentabilidad individual y el riesgo esperado de una cartera MILA no son significativamente mayores; esto demuestra que estos países tienen cierto grado de integración financiera pero no total o perfecta, lo cual comprobamos también con el análisis de los factores en común y contrastamos con la prueba de hipótesis de los betas.

Al aplicar las técnicas de componentes principales a un portafolio MILA, encontramos que la variabilidad de los retornos estaría explicada por una carga factorial en un solo componente principal en 73,449%, lo cual indica una alta correlación entre los retornos de los activos de los países, con ello y basándonos en la teoría moderna de portafolio establecida por Harry Markowitz, podemos decir que hay integración financiera y desfavorece la diversificación para los inversionistas. En contraste, bajo diferentes criterios, ambos métodos señalan la existencia de una integración financiera entre los países pertenecientes al MILA: Chile, Colombia y Perú. Aun así, el modelo factorial analizado arroja como resultado un único componente principal, del cual se puede hacer análisis para determinar específicamente cuál factor de riesgo comparten estos tres países.

Se espera entonces que en futuras investigaciones se determinen más modelos de medición de integración financiera que permitan proyectar los factores de riesgo más específicos que comparten los activos de los países, ya sea

por sectores de la industria o por su comportamiento frente a otros factores macroeconómicos.

Ante lo anteriormente expuesto, una estrategia de inversión a nivel local utilizando el modelo de Markowitz con metodología EWMA es una opción viable para un inversionista residente o extranjero en el Perú.

H. Optimización de carteras de inversión Modelo de Markowitz y estimación de volatilidad con GARCH

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD DEL Bío Bío. GALVEZ, PATRICIO; SALGADO, MARCELO; GUTIERREZ, MAURICIO. Departamentos de Estadísticas, Sistemas de Información y Economía y Finanzas. Horizontes Empresariales. Región Metropolitana – Chile.

Objetivo General

Proponer la construcción de portafolios de inversiones usando el modelo de Markowitz con una forma distinta de calcular la volatilidad a través de modelos Garch, lo que permite una mejor captura de la realidad. El problema se resuelve a través de la técnica de multiplicadores de Lagrange. Se aplica este modelo en el mercado de la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile evaluando su desempeño, usando como referentes un portafolio de mercado que replica el índice IGPA (Benchmark).

Principales Conclusiones

Los modelos aplicados para la formación de carteras de inversión proporcionan cierto grado de cobertura frente al riesgo, evitando pérdidas mayores que las que tiene el mercado. A pesar que los valores para los índices de

desempeño utilizados son siempre negativos, los valores para las carteras de inversión en general son menores que los mostrados en todos los períodos por el mercado.

Otro aspecto interesante, es que los modelos de cartera que emplearon en su formulación, las matrices de varianza covarianza condicionales, exhibieron la mayoría de las veces, retornos promedio superiores a los retornos promedio de carteras, sin usar varianza covarianza condicional para su formulación, lo que tal vez, sea indicio que el empleo de los modelos GARCH en la estimación de la volatilidad condicional, de alguna manera logran capturar la información del mercado traspasándola al modelo de media varianza, lo que se traduce en que las ponderaciones para cada activo dentro de la cartera sean distintas, que cuando se usa varianza covarianza no condicional.

El anterior trabajo de investigación logra demostrar la adaptación que puede tener el modelo de Markowitz con la estimación de la volatilidad por parte de una metodología complementaria y a su vez para evaluar su comportamiento se constata con un portafolio que replica el accionar del índice de aquel mercado bursátil (Galvez, Salgado, & Gutierrez, 2013).

I. Portafolio Internacional: Modelación y Optimización

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD EAFIT. FRANCO CUARTAS, FERNANDO DE JESUS. Medellín – Colombia.

Objetivo General

El objetivo general del presente estudio consiste en aplicar la teoría de la diversificación para hallar, mediante un muestreo

aleatorio de cinco empresas, el portafolio óptimo, su rendimiento esperado, su volatilidad y la composición. Lo anterior, se logra a través de la herramienta Solver de Excel.

Principales Conclusiones

El objetivo general del trabajo se logra en la medida que fue posible encontrar el portafolio óptimo (riesgo diversificado).

En el orden sustancial de este trabajo, es de resaltar la congruencia de los resultados obtenidos en aplicación directa de los modelos estadísticos y la regresión lineal del Excel en los indicadores de coeficiente de correlación, coeficiente de determinación y el beta. Si se incorpora el análisis fundamental y, econométrico, al presente estudio, el inversionista obtiene mayor valor agregado al momento de tomar decisiones de inversión en el mercado de capitales para transferir el riesgo entre sus activos.

El trabajo presentado por (Franco, 2004) refiere el uso del modelo de Markowitz, mediante un muestreo aleatorio para establecer portafolios óptimos en cuyo caso contribuye en rigor a la validación del modelo propuesto.

J. Análisis del Índice General de las Bolsas de Valores de Colombia (IGBC), Chile (IPSA), y Perú (IGBVL), y sus rendimientos desde la Teoría del Caos 2001-2011

Datos bibliográficos

UNIVERSIDAD EAFIT 2011.RESTREPO RESTREPO, JORGE HUMBERTO; VELASQUEZ CEBALLOS, HERMILSON. Medellín- Colombia.

Objetivo General

El objetivo de este trabajo es examinar si existe persistencia y estructuras caóticas en las series de tiempo de los índices de las Bolsas de Valores de Colombia (IGBC), Chile (IPSA) y

Perú (IGBVL) y sus rendimientos, en el período comprendido entre Julio de 2001 y Mayo de 2011.

Principales Conclusiones

El análisis de las series del IGBC, IPSA e IGBVL y las series de sus rendimientos por medio del Exponente de Hurst, el Exponente de Lyapunov, Dimensión Fractal y de Lagunaridad, indican que tienen propiedades fractales, auto similitud, auto afinidad y persistencia; y siguen una dinámica caótica. Estas propiedades se presentan para los tres mercados financieros, tanto en las series de los índices y las de sus rendimientos con frecuencia diarios, como en sus promedios mensuales, trimestrales, semestrales y anuales, en cada uno de los cinco fragmentos en los que se dividieron las series de acuerdo a la tendencia que siguen.

La combinación de propiedades fractales, de sistemas caóticos y caminatas aleatorias muestra *que la dinámica de estos mercados de capitales es compleja*, dado que se mezclan estructuras estocásticas, no lineales, *heterocedásticas*, etc. Los hallazgos encontrados en esta investigación, se suman a otros resultados similares en series de índices financieros que demuestran que estas siguen comportamientos caóticos, no comportamientos aleatorios como lo sugieren otras teorías.

Las condiciones que poseen los mercados bursátiles analizados demuestran su naturaleza compleja y heterocedástica, como es el caso de la plaza bursátil limeña (Restrepo & Velasquez, 2011). De esta manera, da sustento a la utilización de una metodología complementaria como el EWMA para el pronóstico de la volatilidad incorporada a un modelo base para la construcción de portafolios eficientes.

2.2. Bases Teóricas

2.2.1 Sistema financiero peruano

El sistema financiero peruano está regulado por la Ley General del Sistema Financiero y del Sistema de Seguros y Orgánica de la Superintendencia de Banca, Seguros y AFP, Ley Nro. 26702.

El sistema financiero nacional está conformado por un conjunto de entidades que debidamente autorizadas operan en la intermediación financiera, reguladas por la Superintendencia de Banca, Seguros y AFP (SBS) y la Superintendencia del Mercado de Valores (SMV) y el Banco Central de Reserva del Perú (BCRP) en cuanto a lo que les compete, ver figura 2.1., conformada por bancos, empresas financieras, instituciones microfinancieras no bancarias, empresas de arrendamiento financiero, el Banco de la Nación y el Banco Agropecuario, entre otras. La participación mayoritaria está dada por los bancos por nivel de activos con un 81.6%, seguido de las instituciones microfinancieras no bancarias con el 6.3% y las financieras con 3.7%, al 31 de diciembre del 2013 (EY, 2014).

El mercado financiero existe cada vez que una transacción financiera se efectúa, y puede subdividirse, además de otros mercados y clasificaciones, en cuanto a la disponibilidad del capital en: mercado de dinero y mercado de capitales (García E. , 2012). En primer lugar, el mercado de dinero o monetario, es el mercado en el que se negocian los instrumentos financieros con vencimiento menor a un año, los cuales están caracterizados por contar con una elevada liquidez, moderada rentabilidad y bajo riesgo.

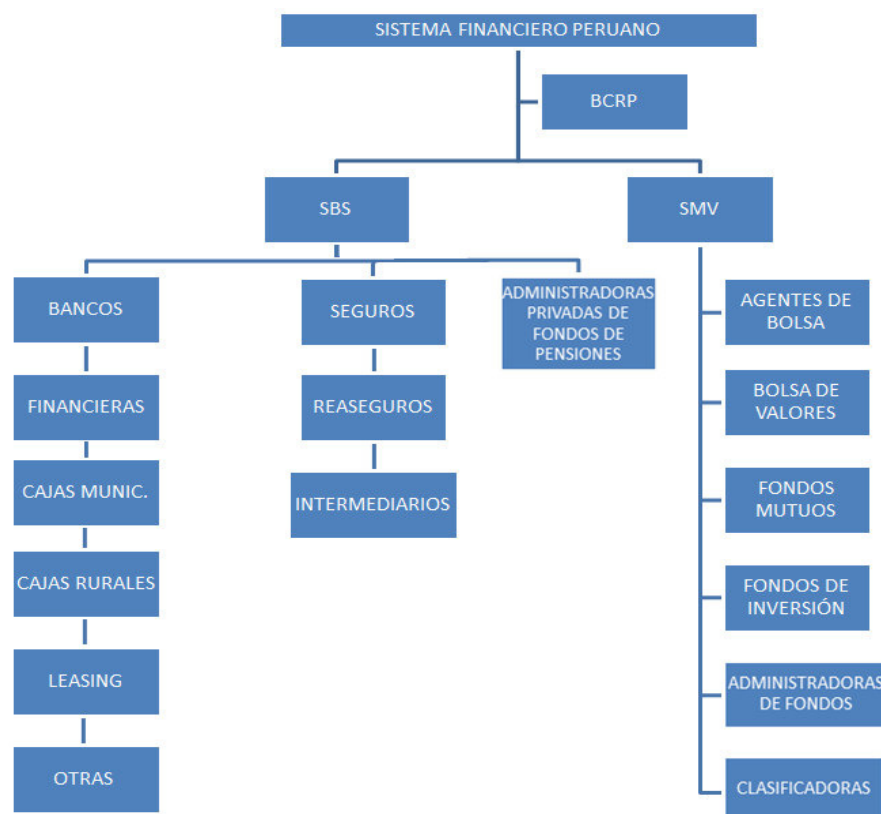


Figura 2.1. Sistema Financiero Peruano. Fuente. Obtenido de XIII Tabla de Negocios MYPE Finanzas. Operaciones y servicios que ofrecen los bancos.

En segundo lugar, el mercado de capitales está conformado por el conjunto de instrumentos financieros emitidos en forma de deuda, caracterizados por contar con distintos niveles de rentabilidad, riesgo y liquidez, y conformados por instrumentos financieros con vencimiento mayor a un año.

Este mercado de capitales se encuentra dividido a su vez en: mercado de intermediación indirecta (bancario y no bancario), caracterizado por la captación de recursos del público que son utilizados para colocaciones o préstamos hacia los agentes deficitarios, y el segundo es el mercado de valores o de intermediación directa (Fabian, 2011). El mercado de valores se divide en mercado primario y secundario; ambos conformados por el mercado bursátil y el mercado extrabursátil (donde se negocian valores no registrados en la Bolsa), la diferencia radica en que el mercado primario es donde se

negocian por primera vez los valores de las instituciones públicas o privadas que emiten instrumentos de renta fija o representativos de deuda y de renta variable, mientras que en el mercado secundario, son negociados o transados los valores previamente emitidos y colocados en el mercado primario mediante mecanismos y plataformas de transacción, como lo es la Bolsa de Valores de Lima, sociedad privada, que pretende contribuir a la ampliación de la estructura del mercado financiero peruano.

La Bolsa de Valores de Lima es miembro del Mercado Integrado Latinoamericano, conocido como MILA, organización encargada de la integración bursátil transnacional. En relación a los intermediarios del mercado bursátil autorizados, existen sociedades agentes de bolsa (SAB) en el país, las cuales son responsables de la comercialización, resguardo, administración y asesoría en la comercialización de valores (EY, 2014) .

2.2.2 Las acciones como instrumento de inversión

Las acciones son instrumentos o activos financieros de renta variable que otorgan a sus poseedores derechos de propiedad sobre el patrimonio de una empresa. El beneficio económico que se puede obtener al invertir en acciones está en función de los resultados que tenga la empresa y a la coyuntura nacional e internacional en un determinado período, por ello son conocidos como títulos de renta variable o activos riesgosos (García E. , 2012).

La Bolsa de Valores de Lima (2014) refiere que los instrumentos financieros de renta variable que son comercializados son: acciones comunes, acciones de

inversión, certificados de suscripción preferente, cuotas de participación de fondos de inversión.

Meoño & Escoto (2006) afirman que: “el comprador de una acción se convierte en propietario de una parte del capital de la empresa emisora. Los derechos que adquiere el poseedor de una acción de una sociedad anónima son de dos tipos: corporativos o patrimoniales” (p.10).

Respecto de los derechos corporativos se tiene el derecho a deliberar y a elegir en asambleas de accionistas, el derecho a revisar y a revisar la contabilidad, la correspondencia y demás documentos que comprueben el estado de la administración de la empresa. Los derechos patrimoniales más importantes son: la participación en las ganancias sociales de la empresa, participación en el patrimonio luego de la liquidación de la empresa y el derecho preferencia de suscripción (Meoño & Escoto, 2006).

Las acciones comunes u ordinarias son valores emitidos por empresas constituidas como sociedades anónimas que otorgan algunos derechos a sus propietarios, como participar en el capital y utilidades de la empresa, votar en las juntas generales de accionistas, fiscalizar la gestión de los negocios de la empresa emisora, entre otros (Bolsa de Valores de Lima, 2015). Éste tipo de acciones son de uso habitual por las empresas emisoras, sin embargo existen algunas empresas donde disponen de otro tipo de acciones, las acciones preferentes.

Las acciones preferentes son estipuladas por cada emisor con diferentes características que éste haya decidido en el momento de emitir este tipo de acciones. Las acciones preferentes limitan los derechos de los accionistas, anulando el

derecho a voto y capacidad de influir en las decisiones de la empresa, y se caracterizan por establecer ciertos privilegios respecto de las acciones comunes con plazos determinados de vigencia. Por ejemplo, consisten en garantizar un dividendo fijo y otras preferencias, en función de las negociaciones entre los accionistas y la empresa emisora (Meoño & Escoto, 2006).

El atractivo de las acciones comunes puede ser apreciado por las aseveraciones de Gitman & Joehnk (2005):

Para la gente que vive de sus inversiones, las acciones proporcionan una forma de obtener una sucesión constante de ingresos corrientes(de los dividendos que producen). Para los inversores menos preocupados por los ingresos corrientes, las acciones comunes pueden servir como la base para una acumulación de riqueza a largo plazo (...). De hecho, estas ganancias de capital potenciales son el verdadero atractivo para la mayoría de los inversores. Mientras que los dividendos pueden proporcionar una sucesión de ingresos constantes, las mayores rentabilidades proceden de las ganancias de capital. Y pocos títulos pueden ganar a las acciones comunes cuando se trata de las ganancias de capital. (p.148)

La presente investigación toma en consideración el atractivo de las acciones únicamente por la apreciación o depreciación del capital, y no por sus dividendos.

Dentro del ámbito de inversiones en el mercado bursátil local se establecen las operaciones que se pueden realizar con acciones en la Bolsa de Valores de Lima que son las siguientes:

Cuadro 2.1. Operaciones con acciones

Tipo de Operación	Modalidad
Al contado	Negociación continua / Aplicación automática
De reporte	Negociación continua / Aplicación directa
De préstamo bursátil	Negociación continua / Aplicación directa
Compra a plazo con prima	Negociación continua / Aplicación directa
Ejecución Forzosa	Negociación continua o Negociación periódica / Aplicación Automática
Oferta Pública de colocación primaria	Negociación periódica / Aplicación automática
Oferta pública de venta (OPV)	Negociación periódica / Aplicación automática
Oferta pública de adquisición (OPA)	Negociación periódica
Oferta pública de compra (OPC)	Negociación periódica
Oferta pública de intercambio (OPI)	Negociación periódica

Fuente. Datos tomados de la página web BVL (2015)

Respecto de las modalidades de negociación se encuentra de dos tipos, como lo indica el cuadro 2.1., la negociación continua, la cual consiste en la que las propuestas y operaciones se efectúan de manera ininterrumpida, sea por una aplicación directa o automática. Y la negociación periódica es aquella en la que las propuestas son agrupadas por intervalos de tiempo, luego de los cuales se produce la aplicación, la cual a su vez se divide en: aplicación automática que es la coincidencia de propuestas de acuerdo a criterios establecidos y la aplicación directa; operación que implica la conformidad que una sociedad otorga a una propuesta (Bolsa de Valores de Lima, 2015).

2.2.3 Introducción a la teoría de gestión de portafolios

Las teorías sobre gestión de portafolios se pueden agrupar en dos vertientes: en primera instancia, las que corresponden a la concepción clásica financiera, y en segunda instancia, aquellas que guardan relación con las finanzas conductuales o del

comportamiento. La primera vertiente se constituye en esencia por los avances y distinciones del modelo de Markowitz o media-varianza, de su modelo original propuesto en 1952. En la segunda instancia está conformado por una serie de aproximaciones con las cuales se procura explicar cómo hacen los inversionistas en la práctica para construir sus portafolios de inversión, sobre la base de supuestos como la racionalidad limitada y el comportamiento humano (Grajales, 2009).

(Markowitz, Harry M., 1999) sostiene:

Lo que estaba faltando antes de 1952 era una teoría adecuada de la inversión que cubriese los efectos de la diversificación cuando los riesgos están correlacionados, que distinguiera entre los portafolios eficientes e ineficientes y analizara los intercambios entre riesgo y rendimiento de los portafolios como un todo. Este artículo escruta el desarrollo de la teoría de portafolios en los cincuenta (incluyendo las contribuciones de A.D. Roy, James Tobin y la mía) y la compara con la teoría previa a 1950 (incluyendo las contribuciones de J.R. Hicks, J. Marshak, J.B. Williams y D.H. Leavens). (p.14)

Anterior a la publicación del artículo sobre selección de portafolios en 1952, la diversificación de las inversiones era una práctica bien establecida, inclusive desde el siglo XIX, pero no formalizada con un rigor científico.

2.2.4 Teoría Moderna de selección de portafolios de inversión

La teoría moderna de selección de portafolios se inició con Harry Max Markowitz en el año de 1952, quien publicó en la revista *Journal of Finance* un artículo basado en su tesis doctoral y titulado *Portfolio Selection*, posteriormente, en 1959, publicó su libro *Portfolio Selection Efficient Diversification of*

Investments, en el que desarrolla con mayor detalle su teoría, por el reconocimiento a su labor recibió el premio Nobel de Economía en 1990. Esta teoría es la primera formalización matemática de diversificación en las inversiones, es decir, el riesgo puede reducirse sin cambiar el rendimiento esperado del portafolio, lo cual debe ser entendido como lo expresa Horne & Wachowicz (2002) como diversificación correcta que es la combinación de una forma tal que se maximice la rentabilidad para un determinado nivel de riesgo o se reduzca el riesgo para una rentabilidad dada. Los beneficios de la diversificación se presentan siempre y cuando los valores no se correlacionen de manera perfecta y positiva.

Harry M. Markowitz (citado por Grajales, 2009) afirma:

El proceso de configuración y estructuración de portafolios consiste en el agrupamiento de un conjunto de activos financieros con características propias de plazo, rentabilidad y riesgo. Su apropiada combinación pretende garantizar al inversionista una rentabilidad específica, asociada a un nivel de riesgo particular. (...) el elemento riesgo debía tenerse en cuenta en el proceso de selección de portafolios, para ello utilizó la recién desarrollada Teoría de Expectativas de Utilidad, descrita por Jhon(sic) Von Neumann y Oskar Morgenstern (1944). (p. 156)

La principal función de la teoría moderna de portafolios es la construcción de portafolios óptimos con razonable aversión al riesgo y de sus implicaciones sobre los rendimientos y precios de los diferentes activos financieros. Por tanto, su finalidad es evaluar el riesgo implícito en un portafolio, para lo cual se requiere de la estimación de la varianza de los rendimientos o retornos esperados. A este respecto, Grajales (2009) refiere:

Los gestores de esta teoría moderna fueron Markowitz (1952) y Sharpe (1964), quienes simplificaron el problema suponiendo que las preferencias de los inversionistas solo

depende de la media y la varianza del valor aleatorio de liquidación del mismo portafolio (Sharpe, 1964, 425-442). La representación de este problema se hace mediante programación cuadrática y su solución permite determinar la frontera eficiente que define los portafolios que proporcionan el mayor rendimiento para un riesgo dado. Esta frontera contiene todas las posibles combinaciones de riesgo-rendimiento que se pueden obtener entre los diferentes activos del portafolio (Markowitz, 1952). (p.156)

Posterior a la teoría de Markowitz, y sobre la base de ésta, se efectuaron numerosos estudios, unos con el propósito de ampliar dicha teoría, y otros, para simplificar el cálculo de los parámetros de la propuesta original. Betancourt, García, & Lozano (2013) refiere que los estudios que se destacan al respecto son: en primera instancia, el teorema de la separación propuesto por Tobin de 1958, que implica el concepto de activo libre de riesgo, generando con ello, nuevas alternativas de inversión; en segunda instancia, los modelos de estimación de rendimientos o valoración de activos CAPM, utilizados por William Sharpe de 1964, para revelar las ventajas de la diversificación, e introducir los conceptos de riesgo sistemático, riesgo no sistemático y prima de riesgo, en la propuesta inicial; y como tercera instancia, los modelos de arbitraje de tres factores de Fama y French de 1992 y 1993, utilizados para explicar la varianza de los rendimientos promedio de los diferentes portafolios; entre otros estudios.

Como se ha podido evidenciar existen otros métodos para medir el riesgo o modelos alternativos para realizar la construcción de portafolios óptimos, los cuales también serán mencionados posteriormente, sin embargo, por el nivel de complejidad para un inversionista novel aproximar la propuesta original con un ajuste paramétrico en su composición permitirá reducir el nivel de complejidad y ampliar el entendimiento, ergo

su aplicación con el modelo propuesto por Harry M. Markowitz, considerando que en la presente investigación se fundamenta el modelo desarrollado que permite obtener portafolios óptimos en la práctica actual.

2.2.4.1 Supuestos iniciales del Modelo de Markowitz

El modelo de Markowitz desarrolla su modelo sobre la base del comportamiento racional del inversionista, es decir, éste desea la rentabilidad y rechaza el riesgo. Por tanto, un portafolio será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, o si se presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad (Pérez, 2012).

El modelo parte de los supuestos básicos, a saber:

- a) El rendimiento de cualquier título o portafolio es descrito por una variable aleatoria subjetiva, cuya distribución de probabilidad para el período de referencia es conocido por el inversionista.
- b) El riesgo de un título, o portafolio, viene medido por la varianza o desviación estándar de la variable aleatoria representativa de su rendimiento o retorno.
- c) El inversionista preferirá aquellos activos financieros que tengan un mayor rendimiento para un riesgo dado, o un menor riesgo para un rendimiento conocido. A esta regla de decisión

se le denomina conducta racional del inversionista.

Respecto del grado de aversión al riesgo, existen tres posiciones:

- a) Aversión al riesgo: cuando la inversión elegida es con el menor grado de riesgo frente a dos alternativas con el mismo nivel de rentabilidad esperada.
- b) Propensión al riesgo: cuando la inversión elegida es con el mayor grado de riesgo frente a dos alternativas con el mismo nivel de rentabilidad esperada.
- c) Neutralidad al riesgo: el inversionista se mantendría indiferente si tuviera que elegir entre dos alternativas con el mismo nivel de rentabilidad esperada.

El modelo de Markowitz o de media-varianza parte de una serie de hipótesis previas a su cálculo, tomando en consideración lo señalado por García & Sáez (2015) refieren:

- 1) Es un modelo uniperiódico: para su análisis, todas las inversiones tienen el mismo periodo de tiempo, es decir, que únicamente cubren un instante t de tiempo.
- 2) Los activos, n , que formarán parte de la cartera son conocidos.
- 3) Todos los activos seleccionados son de riesgo, tomando como medida de riesgo la varianza, o desviación tipo, para el cálculo de la volatilidad.

Por tanto: $\forall k \in \{1, 2, \dots, n\}, \sigma_k > 0$.

- 4) Se conocen las variables aleatorias de la rentabilidad de los activos, que además se distribuirán según las leyes normales.
- 5) El presupuesto que dispone el inversor, M , que se destine a la constitución de la cartera, debe invertirse íntegramente. Es decir, que $X_1 + X_2 + \dots + X_n = 1$. Siendo X_k el peso del activo k en el total de la cartera.
- 6) No se admite la venta a crédito o venta al descubierto, es decir, que las posiciones cortas (short selling) no se contemplan en este método. Solo las posiciones largas (longs). Lo que implica que todas las proporciones X_k sean positivas o nulas.
- 7) El inversor es adverso al riesgo, trata de reducir el riesgo asumido y prefiere colocar su presupuesto en una cartera de baja rentabilidad, sin exponer el capital invertido a un riesgo elevado a su juicio.
- 8) Los activos son infinitamente divisibles y no se tendrán en cuenta ningún tipo de gastos, ni la inflación ni los impuestos.

A razón de estas hipótesis, Pérez (2012) refiere el planteamiento matemático propuesto por Harry Markowitz para la construcción de portafolios, a saber se detallan las expresiones matemáticas utilizadas en su formulación:

Debiendo maximizar:

$$\text{Max } E_p = \sum_{i=1}^n x_i E_i$$

Debiendo minimizar:

$$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}$$

Ambas sujetas a:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} = V'$$

$$E_P = \sum_{i=1}^n x_i E_i = E'$$

Y, considerando la siguiente restricción presupuestaria:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Adicionalmente, se debe tener en cuenta que están prohibidas las ventas en corto, por lo que se debe incluir la restricción siguiente:

$$x_i \geq 0_{(i=1,2,\dots,n)}$$

Siendo:

σ_p^2 = Es la varianza del portafolio p.

E_P = Es la rentabilidad esperada del portafolio p.

x_i = Es la proporción del presupuesto del inversionista destinado al activo financiero i.

x_j = Es la proporción del presupuesto del inversionista destinado al activo financiero j.

σ_{ij} = Es la covarianza entre los rendimientos de los activos i y j.

V' = Son los parámetros a estimar, lo que implica que los

E' resultados de los valores de ambas variables determinarán cual es el mejor portafolio para cada valor de ambas variables

Una de las formas de hallar el conjunto de portafolios eficientes es mediante el modelo previsto, que corresponde a un esquema de programación cuadrática o de programación no lineal.

El modelo propuesto permitirá obtener la proporción de cada activo dentro del portafolio de inversiones y que satisfacen las restricciones planteadas en dicho modelo, sin considerar las condiciones de no negatividad para las ponderaciones de los activos.

2.2.4.2 El rendimiento promedio

El rendimiento o retorno de un activo financiero es medido mediante el cálculo del valor promedio conocido como media aritmética, según lo propuesto en su modelo original de 1952 (Markowitz, Harry M., 1999) , su notación matemática es μ (mu) cuando es utilizada con todos los elementos de la población, \bar{X} cuando se utiliza con una muestra de la población y al

emplearse con datos aleatorios, se utiliza el término de valor esperado con la notación $E(x)$, denominada también como esperanza matemática (Ochoa, 2008).

Betancourt, García, & Lozano (2013) refiere que la rentabilidad es el resultado de la apreciación o depreciación de la acción en el mercado.

El retorno de un activo, se define como:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Corresponde a la tasa de variación de los precios del activo para un período dado.

Matemáticamente, este cociente es aproximadamente igual al logaritmo natural del precio actual dividido por el precio anterior de la acción, de forma diaria (R_t), por cada activo **k**, con base en los precios; donde **t** representa el día específico de cotización del activo, (P_t) representa el precio del activo en el día **t** y (P_{t-1}) representa el precio del activo del día hábil inmediatamente anterior al día **t**:

$$R_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

El rendimiento o retorno promedio es la estimación del retorno esperado y es expresado como:

$$\bar{R}_k = \sum_{t=1}^n \frac{R_t}{n}$$

De esta forma se calcula la rentabilidad promedio de cada activo k , donde n representa la cantidad de datos o número de observaciones que conforman cada una de las series de rentabilidad de cada activo k .

2.2.4.3 El riesgo en las inversiones

Desde tiempos antiguos, el riesgo ha estado presente en cada una de las actividades que competen al quehacer humano. En la actualidad, el riesgo es entendido desde una perspectiva general como la probabilidad de que un evento ocurra o no, combinando la magnitud de las pérdidas y beneficios involucrados en la acción realizada. El riesgo es un aspecto vinculado con la psicología del ser humano, con las matemáticas, la estadística y la experiencia adquirida a través de los años (Haro, 2005).

Otros conceptos aceptados son los que asocian al riesgo como el peligro potencial al que se puede estar expuesto, sea una situación en el entorno que pueda cambiar, o dentro de un contexto de inversión; como la probabilidad de que un rendimiento actual se desvíe de su rendimiento esperado. Enfocarse en medir el riesgo es ante todo una labor esencialmente preventiva y es el fundamento para la planificación de toda decisión de inversión, contribuyendo así a una mejor toma de decisiones ante el entorno.

En las finanzas, el concepto de riesgo se relaciona con las pérdidas potenciales que se pueden sufrir en portafolios de inversión (Haro, 2005). En tanto, existen diferentes naturalezas de riesgos financieros, del cual es conveniente señalar el riesgo de mercado.

Para los autores Gitman & Joehnk (2005) el riesgo de mercado:

Es el riesgo de que la rentabilidad de las inversiones disminuya a causa de los factores de mercado, independientemente de la inversión de que se trate. Un ejemplo son determinados sucesos políticos, económicos y sociales, así como cambios en los gustos y preferencias de los inversores. (p.110)

Por otro parte, Gómez & López (2002) afirman:

El riesgo de mercado es el riesgo relativo a la situación financiera de una entidad, consecuencia de variaciones adversas en los mercados financieros. En términos absolutos, el riesgo de mercado se configura como una medida de predicción de las pérdidas asociadas a una posición, cartera o entidad, al producirse movimientos desfavorables en los factores de riesgo que determinan el valor de sus posiciones abiertas, estén contabilizadas dentro o fuera del balance. (p.39)

En una economía globalizada las oportunidades de negocio y el riesgo asociado a éste proliferan, una evidencia de ello es la volatilidad del flujo de capitales al invertir en instrumentos financieros de plazas bursátiles locales e internacionales, que se ven afectadas al riesgo de mercado.

Para la normativa peruana, y según una perspectiva financiera y económica; dentro de un enfoque de mercado y en relación al riesgo la SBS (2012) afirma:

La posibilidad de pérdidas en posiciones dentro y fuera de balance derivadas de fluctuaciones de los precios de mercado. Incluye al riesgo de tasa de interés, al riesgo de precio, al riesgo cambiario y al riesgo de commodities, (...). El riesgo de precio se refiere a la posibilidad de pérdidas derivadas de fluctuaciones de los precios de los instrumentos representativos de capital o renta variable y de todos aquellos instrumentos que generen exposición a riesgo de precio. (p.4)

2.2.4.4 Riesgo sistemático y no sistemático

Acorde a la teoría financiera contemporánea, la rentabilidad de un activo puede verse afectada por dos tipos de riesgo. En ese sentido Brun, Elvira, & Puig (2008) sostienen:

a) Riesgo sistemático: Este tipo de riesgo es también llamado riesgo de mercado o riesgo no diversificable. El riesgo total de un activo empresarial depende de muchas variables: macroeconómicas como el PBI o la inflación, entre otros. Realizada esta distinción se observa que hay variables que dependen directamente de la empresa y otras que dependen de otros factores.

b) Riesgo no sistemático o específico: El riesgo no sistemático es riesgo diversificable, siendo propio del activo y es capaz de reducirse mediante la diversificación.

Se puede identificar los siguientes tipos de riesgo específicos o también denominados no sistemáticos que son exclusivos de una empresa o industria que inciden sobre la propia gestión empresarial y sobre el patrimonio de la misma, que a su vez son independientes de los factores económicos, sociales, políticos, etcétera.

Para (Aventín, 2015) se agrupan principalmente en riesgos:

- De producción
- De ventas o comercial
- Financieros
- De medio ambiente
- De dirección
- Laborales

De los cuales, se pueden mencionar algunos de mayor incidencia, tales como:

- Dificultades de proveedores y restricciones de suministros básicos.
- Adelantos tecnológicos que conviertan a un artículo en obsoleto.
- Regulaciones impuestas a la industria o empresa que desalienten la inversión o continuidad de las operaciones.
- Presencia de un nuevo competidor que fabrique un producto similar.
- Huelgas que afecten solamente a una empresa en particular.
- Insolvencia y morosidad de clientes, riesgo de crédito.

- Cambios en la demanda por alternaciones en los gustos del consumidor.

Estos son algunos de los riesgos más comunes a todas las empresas o industrias en general y que se deben tomar en consideración al evaluar a una empresa como un activo a invertir.

Para (Brun, Elvira, & Puig, 2008) respecto al riesgo total consideran que:

Para obtener el riesgo específico y el riesgo sistemático de una cartera de forma separada, se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$\sigma_c = \beta\sigma_m + \sigma_c$$

σ_c : Riesgo de la cartera, medido por la volatilidad de la cartera.

$\beta\sigma_m$: Riesgo sistemático de la cartera.

σ_c : Riesgo específico.

σ_m : Riesgo sistemático del mercado, medido por la volatilidad del mercado.

β : Coeficiente Beta (o, simplemente, beta) de la cartera según el modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model).

Por tanto el riesgo de una cartera puede reducirse por dos vías:

- Mediante la diversificación en un número mayor de activos, lo cual reduce el riesgo específico.
- Mediante cambios en el coeficiente beta, lo cual reduce el riesgo de mercado.

Efectivamente, el riesgo total de un activo puede dividirse en riesgo sistemático, que no depende de la empresa sino del sistema económico en su totalidad; local e internacional, y el riesgo específico, que sí depende de factores propios de la empresa y su desempeño en el sector en la cual opera.

2.2.4.5 Desviación estándar del portafolio

La medición del riesgo o volatilidad en el modelo propuesto por Harry M. Markowitz de 1952, está dado por el cálculo de la desviación estándar o la varianza del rendimiento del portafolio como un criterio para la selección de portafolios (Markowitz, Harry M., 1999), que es una medida de dispersión de los datos de una serie, con ello es posible saber que tan dispersos están los valores obtenidos en relación al valor promedio, con ello se puede inferir que a mayor valor de desviación estándar representará mayor riesgo asociado.

Gutierrez (citado por Ochoca, 2008) a este respecto, afirma: “Se denomina desviación estándar de un conjunto de datos a la raíz cuadrada positiva de la varianza, y ésta dependerá del tipo de varianza que se esté empleado” (p.47).

La notación matemática de la desviación estándar es σ (sigma) para datos poblaciones, mientras que **S** para datos muestrales. El riesgo de un activo financiero **i** se mide mediante la desviación estándar, a saber:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (R_{it} - \overline{R_i})^2}{T - 1}}$$

Donde **S** es la desviación estándar del activo financiero, $\overline{R_i}$ el valor promedio del rendimiento del activo financiero **i**, mientras que R_{it} es el rendimiento del instrumento **i** obtenido en el periodo **t**, que es el número de periodos u observaciones a analizar.

Es posible ejemplificar una comparación mediante los resultados entre los rendimientos promedios esperados y los valores de riesgo hallados entre dos activos financieros **i** y **j**, siendo preferible el instrumento **j** para un inversionista, en los casos que:

$$\overline{R_i} = \overline{R_j} \text{ con } S_i > S_j$$

$$\overline{R_i} < \overline{R_j} \text{ con } S_i = S_j$$

$$\overline{R_i} < \overline{R_j} \text{ con } S_i > S_j$$

$$\overline{R_i} = \text{Rentabilidad del activo financiero i}$$

$$\overline{R_j} = \text{Rentabilidad del activo financiero j}$$

$$S_i = \text{Desviación estándar del activo financiero i}$$

$$S_j = \text{Desviación estándar del activo financiero j}$$

Cuando las inversiones que se concentran en uno o pocos activos financieros, no logran minimizar el riesgo, esto es, compensar las pérdidas y ganancias por medio de la diversificación (Ochoa, 2008).

2.2.4.6. Teoría de la Frontera Eficiente

Galvez, Salgado, & Gutierrez (2013) representan a la frontera eficiente como el conjunto de puntos del plano de retorno-riesgo, en la cual están todos los portafolios de inversión que presentan un mínimo riesgo para un rendimiento esperado determinado.

De igual manera Pérez (2012) asevera que el conjunto de pares $[E_P, \sigma_P^2]$ o diferentes composiciones de rentabilidad-riesgo de todos los portafolios eficientes que tiene forma de curva cóncava se les denomina frontera eficiente, en ella se ubican todos aquellos portafolios que proporcionan el máximo rendimiento con un riesgo mínimo. Para determinar el portafolio óptimo de un inversionista en particular se precisa especificar sus curvas de inferencia entre el rendimiento y el riesgo asociado, cuya forma dependerá de su función de utilidad y ésta será, distinta para cada inversor según su aversión al riesgo.

H. Markowitz (citado por Credit Suisse, 2014) presenta las diferentes opciones de inversión en un diagrama de riesgo-retorno, mediante un plano (σ, μ) representa la frontera eficiente, como el que se muestra a continuación:



Figura 2.2. Diagrama de Riesgo-Retorno. Fuente. Extraído de Finanzas Conductuales: La psicología de la inversión, Credit Suisse, 2014, p. 9

Del diagrama (Figura 2.2) propuesto por Markowitz (Credit Suisse, 2014) refiere que para cada nivel de rendimiento indicado, un inversionista puede minimizar su riesgo por medio de la diversificación. Esta secuencia de problemas de minimización tiene como resultado la frontera eficiente, que indica el riesgo mínimo para un nivel de rendimiento dado. Las acciones dentro de un conjunto de activos financieros, representan un alto nivel de retorno promedio con un nivel de riesgo esperado también elevado.

En la presente investigación se lleva a cabo asumiendo el diagrama riesgo-retorno propuesto originalmente por Markowitz para la construcción de portafolios diversificados en acciones.

Por su parte, Tobin en 1958 y Sharpe en 1964 (citados por Betancourt, García, & Lozano, 2013) demuestran con el teorema de la separación derivado del modelo de Markowitz que el portafolio óptimo de activos individuales con riesgo no depende de la

actitud frente al riesgo, sino que es la misma para todos los inversionistas, cuya ubicación está dada en el punto de tangencia que se genera, entre la línea que une el punto de riesgo-rentabilidad asociado con el activo libre de riesgo y la frontera eficiente de Markowitz, a este portafolio se le conoce como Línea de Mercado de Capitales o Capital Market Line (CML), y a partir del modelo de valorización de activos de capital CAPM, la nueva frontera eficiente es esta CML, en la cual se encontrarían los portafolios con mejor riesgo-rendimiento y de allí, los inversionistas escogerán su portafolio óptimos, de acuerdo al binomio base. Se muestra a continuación la (CML):

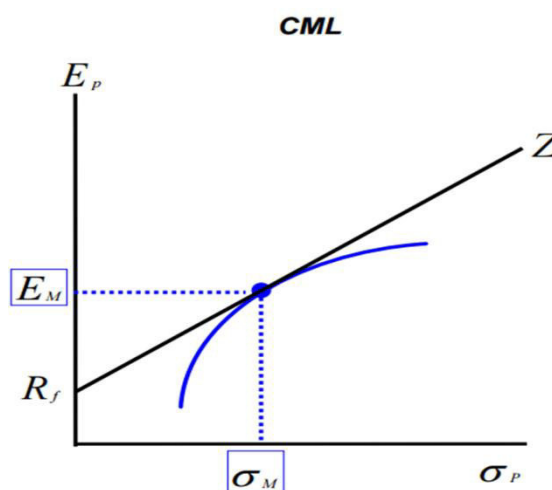


Figura 2.3. **Línea de Mercado de Capitales.** Fuente. Extraído de Dirección Financiera, Departamento de Financiación e Investigación de la Universidad Autónoma de Madrid, 2012, p. 6.

De donde el punto de origen R_f representa el tipo de interés libre de riesgo. La pendiente de la CML representa la relación entre la rentabilidad esperada E_p y el riesgo asociado σ_p . A esta pendiente se le denomina precio del riesgo. En el equilibrio cualquier inversionista escogerá un punto situado en la línea CML ($R_f - Z$) (Pérez, 2012).

Betancourt et al (2013) refieren que la Línea de Mercado de Capitales (CML) es la relación lineal entre el rendimiento esperado y el riesgo total para las diversas composiciones del portafolio de mercado y a su vez varias proporciones de préstamo o endeudamiento libres de riesgo. El modelo de Markowitz presupone que los inversionistas construyen sus portafolios con activos riesgosos, mientras que el teorema de la separación propuesto por Tobin en 1958 y el modelo de CAPM propuesto por Sharpe en 1964, amplió el modelo original de Markowitz, incorporando un activo libre de riesgo, entendido como aquel activo que proporciona una rentabilidad segura y con desviación estándar cero, de igual forma sus covarianzas con otros activos riesgosos. Como es el caso de los bonos soberanos del gobierno de Estados Unidos de América.

2.2.4.7. Diversificación del portafolio de inversión

La diversificación es un concepto fundamental para la construcción de portafolios óptimos, es decir, para la estructuración de combinaciones de activos con las mejores relaciones de riesgo-rendimiento.

La diversificación hace referencia a la elección de diferentes instrumentos o activos financieros que conforman un portafolio, los cuales tienen características propias distintas entre sí, con lo cual se busca disminuir el riesgo total del portafolio para con ello lograr el rendimiento esperado por el

inversionista, considerando ciertos criterios que hagan de ésta una estrategia eficiente.

Al referirse al riesgo asociado a la inversión en activos financieros, se pueden clasificar esencialmente en dos tipos: el riesgo sistemático y el riesgo específico, éste último puede ser reducido mediante la diversificación de activos (Corrales, 2011). El riesgo específico o no sistemático que se cuantifica mediante el uso de la varianza, es aquel que puede ser reducido a través de la diversificación eficiente.

Es relevante remarcar que una diversificación no es eficiente, si hay un número exagerado de activos en un portafolio, resultando complicado de gestionar, por tanto se considera que un criterio para la diversificación es contar con número prudente de éstos, ese número es aquel que al incluir un activo adicional, la reducción en el nivel de riesgo ya no es significativa (Betancourt, García, & Lozano, 2013).

De igual forma, para conseguir la diversificación eficiente, es necesario considerar el nivel de correlación que existe entre los activos que conforman el portafolio, de forma tal que no exista una correlación positiva perfecta entre ellos, de esta manera se verá reducido el riesgo en ese conjunto de activos (Ochoa, 2008). De no tomar en consideración lo anterior, se incurrirá en una diversificación simple o aleatoria.

2.2.4.8. Coeficiente de Correlación

Al ser un modelo que busca la menor volatilidad, las correlaciones entre los activos financieros son clave

para el desarrollo del modelo de Markowitz. Según Vanini y Vignola (citado por García & Sáez, 2015) afirman que:

Si el activo k está correlacionado positivamente con la cartera, una unidad más de rentabilidad de este activo, aumenta la varianza y lo contrario, si la correlación es negativa. Es el llamado "Markowitz Phenomenon". Entonces, sería bueno poder seleccionar activos que tengan una correlación negativa entre ellos, así el riesgo del activo con respecto a la cartera hace disminuir la varianza, y por tanto, el riesgo de la cartera.

El coeficiente de correlación permite determinar el grado de correlación que existe entre los diferentes rendimientos de los activos financieros que conforman el portafolio, con lo cual se puede observar como varía el rendimiento del activo financiero i al variar el rendimiento del activo j .

El coeficiente de correlación se denota por:

$$P_{ij}, \text{ con } -1 < P_{ij} < 1$$

Cuando $P_{ij} = 1$, es decir, una correlación positiva perfecta, entonces los rendimientos de dichos activos financieros varían de forma directamente proporcional a través del tiempo, quiere decir que si uno aumenta el otro lo hará y viceversa.

Cuando $P_{ij} = -1$, o denominada correlación negativa perfecta, entonces los rendimientos de dichos activos financieros varían de forma inversamente proporcional a través del tiempo, quiere

decir que si uno aumenta el otro disminuirá y viceversa.

Cuando $P_{ij} = 0$, es decir, una no correlación, entonces los rendimientos de dichos activos financieros no están correlacionados, la variación en el rendimiento de *i* no afectará el rendimiento de *j* a través del tiempo, quiere decir que varían en forma independiente.

Por tanto, lo deseable para cumplir con un portafolio diversificado es “combinar activos correlacionados negativamente para diversificar el riesgo” (Gitman & Joehnk, 2005,p. 122), esto es, cuyo coeficiente de correlación sea $P_{ij} < 0$, con ello se compensaría las disminuciones en el rendimiento del activo financiero *i* con los incrementos en el rendimiento del activo *j*. De elegirse activos financieros cuya correlación sea $P_{ij} > 0$, éstos variarían en la misma dirección, lo cual puede resultar perjudicial para el inversionista, si es que los rendimientos descienden, caso contrario puede beneficiarse del incremento de ambos rendimientos, sin embargo dada la condición natural de los mercados financieros, no es la estrategia más recomendada (Ochoa, 2008).

2.2.4.9. Construcción del Portafolio de inversión diversificado

La construcción de un portafolio significa realizar la selección adecuada de los instrumentos de inversión que lo integrarán, así como también determinar la

proporción de la inversión que se le entregará a cada uno de estos instrumentos financieros.

La construcción de un portafolio diversificado en acciones implica que se encuentre conformado por diversas empresas pertenecientes a diferentes sectores productivos de la economía con un determinado porcentaje de asignación, logrando una diversificación eficiente cuando los valores no se correlacionen de manera perfecta y positiva y con un número prudente de acciones en dicho portafolio, dando lugar a una relativa independencia entre empresas y sectores.

2.2.5 Estimación de la tasa de descuento del inversionista

El modelo CAPM es un modelo propuesto por William Sharpe, John Lintner y Jan Mossin en 1964, partiendo del modelo de mercado de Sharpe y del modelo de Harry Markowitz, cuyo objetivo es determinar la tasa de descuento requerido para un cierto activo, esto es, determinar la rentabilidad que debe proporcionar un activo o un portafolio en función de su nivel de riesgo, suponiendo condiciones de equilibrio (Brun & Moreno, 2008).

Cuya expresión matemática en la actualidad está denotada por:

$$COK(r_i) = r_{tr} + \beta_i(E(r_m) - r_{tr}) + r_a$$

Se denota r_{tr} al rendimiento que se puede obtener libre de riesgo de incumplimiento de pago. Se utiliza, el rendimiento ofrecido por los bonos del tesoro norteamericano, Estados Unidos de América, ya que no han incurrido a la fecha en el incumplimiento de pago, convirtiéndolos en libres de riesgo y de común aceptación para los inversionistas dispuestos a

adquirir los bonos de ese país, a su vez cuentan con mayor liquidez y existen una diversa gama de instrumentos de deuda de diferente vencimiento en circulación.

Se le llama Beta (β) a la sensibilidad del activo al riesgo que no es posible diversificar conocido como riesgo del mercado o riesgo sistemático. Betas mayores a 1 indican que el activo tiene un riesgo mayor al promedio de todo el mercado.

Para el caso del rendimiento de mercado r_m , se toma como aproximación al rendimiento del mercado al índice de Standard & Poor's 500, este índice considera la ponderación de las acciones a partir del valor de mercado de cada empresa, el cual lista a las 500 empresas más representativas que cotizan en la Bolsa de Valores de New York, Nasdaq y AMEX. A este respecto la prima por riesgo de mercado ($E(r_m) - r_{tr}$) es tomada con información vigente empresas del rubro financiero o tomar la cifra de 8.45%, propuesta por Berk y De Marzo en su obra Finanzas Corporativas (citado por Lira Briceño, 2012).

El riesgo país denotado r_a es el riesgo de una inversión debido solo a factores específicos y comunes a la economía de un cierto país, puede entenderse como el riesgo promedio de las inversiones realizadas en cierto país PKF & VILA NARANJO, (2012). La medición de este indicador se realiza sobre la base de puntos básicos, siendo un punto básico equivalente a 0.01%, y se encuentra asociado su valoración al entorno político, económico, de seguridad pública, entre otros aspectos.

El $COK(r_i)$ es la tasa de descuento esperada de la inversión i , r_{tr} es la rentabilidad del activo libre de riesgo, β_i es el

coeficiente beta del activo i , $E(r_m)$ es la rentabilidad esperada del índice de mercado. (Brun & Moreno, 2008). Finalmente, se adiciona r_a que representa el riesgo país, de esta manera la estimación del costo de capital cuyos componentes no son de fuente peruana le permitirá reflejar una correcta tasa para un inversionista en el Perú (PKF & VILA NARANJO, 2012). De esta manera se podrá llevar la tasa de rentabilidad al mercado peruano, considerando que debe ser la vigente a la fecha de la toma de decisión para la inversión.

De lo mencionado anteriormente, se requiere ajustar la tasa de descuento para flujos al percibirlos en moneda local, con lo cual se toma en consideración las previsiones de inflación de las economías en cuestión (Lira Briceño, 2012).

$$\text{COK(en S/.)} = \text{COK(en USD)} \times \frac{(1 + i_{\text{Perú}})}{(1 + i_{\text{USA}})}$$

De esta manera para hallar la tasa de descuento del inversionista se aplica el modelo de CAPM, siendo está la mínima tasa expresada en soles corrientes que el inversionista exige o desea ganar al invertir en la Bolsa de Valores.

2.2.6 Medición de la rentabilidad ajustada por riesgo

Para llevar a cabo la comparación de portafolios el uso de los métodos para la medición de la rentabilidad ajustada por riesgo son de gran utilidad ya que permiten valorar el desempeño de un inversionista o gestor de portafolios, puesto que permitirá distinguir a aquellos que han obtenido una buena rentabilidad con poco riesgo (Brun & Moreno, 2008).

Las medidas de performance se utilizan para mostrar hasta qué punto el rendimiento de una inversión compensa al inversionista por la asunción de riesgo. Al asumir la probabilidad de mayores rentabilidades no se debe obviar la probabilidad de sufrir mayores pérdidas, por lo que un portafolio no debe ser medido solo por su rentabilidad, sino por la combinación riesgo-rentabilidad para obtener un único parámetro que permita realizar comparaciones entre portafolios y gestores de éstas (Peces, Rodríguez-Solano Suarez, Merino, Serra, & Calderón, 2014).

Los principales ratios o medidas de performance que miden la rentabilidad ajustada por riesgo son: Ratio de Sharpe, índice de Treynor, Alfa de Jensen, Tracking Error, principalmente.

En la presente investigación se utiliza el Ratio de Sharpe como una de las medidas para el cálculo de la rentabilidad ajustada por riesgo, de sus siglas en inglés Risk Adjusted Return (RAR).

2.2.6.1. Ratio de Sharpe

La medida de performance que se ha planteado inicialmente es el índice de Sharpe que se origina en 1966, la cual para los autores Peces, Rodríguez-Solano Suarez, Merino, Serra, & Calderón (2014) se define:

(...) Como la prima de riesgo obtenida por cada unidad de riesgo soportada por el fondo. Pone en relación el exceso de rentabilidad sobre un activo libre de riesgo con la volatilidad del fondo (medida por la desviación típica de sus rentabilidades) en un periodo determinado. Por lo tanto, cuanto mayor sea el valor que este índice alcance para un

fondo, mejor gestionado habrá estado éste (el fondo con el ratio de Sharpe más alto será aquel que nos proporciona un mayor retorno para un mismo nivel de riesgo) y si el ratio es negativo, indica un rendimiento inferior al de la rentabilidad sin riesgo. Asimismo, todo ratio de Sharpe inferior a 1 supone que el rendimiento del activo es inferior al riesgo que se está asumiendo al invertir en el mismo. Como activo sin riesgo se suele tomar la rentabilidad de la deuda pública a corto plazo del área geográfica que más se asimile a los activos en los que invierte el fondo. El ratio de Sharpe se calcula de la siguiente forma:

$$IS_p = \frac{R_p - R_{tr}}{\sigma_p}$$

Siendo R_p : Rendimiento medio del fondo p en el periodo t;
 R_{tr} : Rendimiento medio del activo libre de riesgo en el periodo t; y σ_p : Volatilidad estimada del fondo p en el periodo t.

Dado que este indicador puede acusar falta de coherencia cuando $R_p < R_{tr}$, esto es, cuando la rentabilidad media del portafolio no supera la rentabilidad del activo libre de riesgo o como lo señala Sánchez Cantú & Topete Pérez (2014) que sostiene:

(...) Cuando se obtienen rendimientos negativos o inferiores a la tasa libre de riesgo, el índice de Sharpe asigna proporciones superiores conforme aumenta la volatilidad de una inversión. Por ejemplo, si el fondo D tiene un rendimiento en exceso de la tasa libre de riesgo de -4% y la desviación estándar de los rendimientos es 11% mientras que para el fondo E el rendimiento es igualmente 4%, pero su desviación estándar es 14%. El

índice de Sharpe de D será $-4/11=-0.364$ y el de E: $-4/14=-0.286$. Por lo tanto, E será identificado como una mejor alternativa de inversión dado que tiene un índice de Sharpe superior. No obstante, esto viola el principio general de la teoría financiera que establece que entre dos inversiones con igual rendimiento (-4% en el ejemplo), es superior aquella que tenga menor volatilidad (el portafolio D en este caso).

Para resolver el caso expuesto anteriormente, se utiliza un indicador alternativo con el objetivo de superar la inconsistencia planteada.

$$IS_p = \frac{R_P - R_{tr}}{\sigma_p^{\left(\frac{R_P - R_{tr}}{|R_P - R_{tr}|}\right)}}$$

Donde IS_p es el índice de Sharpe del portafolio; R_P es el rendimiento del portafolio; R_{tr} es el rendimiento de la tasa libre de riesgo y finalmente, σ_p es la desviación estándar de los rendimientos. Al elevar la desviación estándar a la potencia de 1, no hay variación evidente, por tanto el valor del índice de Sharpe será igual al de la fórmula base, no obstante cuando la diferencia de rendimientos sea negativa, el denominador se eleva a la potencia de -1, así cuanto mayor sea la desviación estándar menor será el denominador del cociente y por ende, más negativo será el valor del índice de Sharpe, es decir menos favorable será la inversión, lo que resulta coherente con los supuestos de la teoría financiera (Sánchez Cantú & Topete Pérez, 2014).

2.2.7 Teoría de los Mercados Eficientes

Existen numerosas definiciones del concepto de eficiencia de los mercados de capitales, que también es denominada eficiencia informacional, a seguir se presentan algunas de las más relevantes:

Paul Samuelson (citado por Milla, 2011) afirma:

En un mercado eficiente, desde la óptica de la información, los cambios en los precios no pueden ser predecibles si son debidamente anticipados; por ejemplo, si los precios incorporan plenamente las expectativas y la información de todos los participantes en el mercado. (p.27)

Para Eugene F. Fama (citado por Milla, 2011) sostiene que:

Un mercado eficiente es un mercado donde hay gran número de agentes racionales, que compiten activamente en búsqueda de la máxima ganancia, cada uno tratando de predecir el precio de mercado futuro de tal o cual título, y donde la información corriente está a disposición de manera casi libre para todos los participantes. Por tanto, en un mercado eficiente, en cualquier momento el precio actual de un título sería una buena estimación de su valor intrínseco. (pp.27-28)

En lo que respecta al presente siglo XXI, para Burton G. Malkiel (citado por Milla, 2011) afirma:

Un mercado de capitales se dice eficiente si completa y correctamente refleja toda la información relevante a la hora de determinar sus precios. Formalmente, se dice que un mercado es eficiente con respecto a la información si los precios de las acciones no se ven afectados por relevar toda la información a todos los participantes. Y mucho más allá, la eficiencia con respecto a la información implica que es

imposible obtener beneficios a través del uso de dicha información. (p.28)

Y, Gitman & Joehnk (2005) afirman:

Es aquel en el que los títulos reflejan totalmente toda la información posible de una forma rápida y acertada (...). Obviamente, debido a la gran competencia entre los inversores, cuando se conoce algún dato nuevo, el precio de los títulos se ajusta rápidamente (...). El nuevo precio, de hecho, se alcanza una vez que los inversores han valorado por completo la nueva información. (p.244)

Presentado lo anterior se desprende que la hipótesis de los mercados eficientes (HME) afirma que los mercados financieros son eficientes respecto de la información que manejan, esto implica que los precios de los activos financieros ya contienen toda información y que es imposible superar consistentemente al mercado mediante el uso cualquier información que el mercado ya conoce. Por tanto, si los precios de las acciones son determinados de forma racional y solo la nueva información provocará que éstos varíen, se encontrará entonces en un mercado eficiente (Brun & Moreno, 2008).

De igual manera, Gitman & Joehnk (2005) sostienen que los mercados financieros deberían ser eficientes porque están conformados por inversionistas racionales muy competitivos que reaccionan de manera rápida y objetiva ante nuevas informaciones y llevan a cabo análisis exhaustivos.

La eficiencia en los mercados de capitales implica que toda información sea reflejada en el precio de los activos financieros en tanto ningún inversor obtendrá beneficios superiores al promedio del mercado (Silupú & Calle, 2007). En consecuencia, la teoría de los mercados eficientes requiere que

las reacciones de los inversionistas sean aleatorias y sigan un patrón de distribución gaussiana o normal, de tal forma que no pueda obtenerse ganancias anormales.

Esto se explica ya que si todos los participantes del mercado analizan permanentemente los factores detrás de los rendimientos de las acciones y establecen estrategias de negociación para obtener beneficios de estos factores, dichas estrategias asegurarían que toda la información útil se encuentre contenida en el precio de las acciones en todo momento. Por tanto, el mercado anticipa cada previsibilidad en los precios. La evolución restante de los precios es la resultante de cambios previamente imprevistos en estos factores, y dado que es imposible de predecir, los precios de las acciones se desarrollarán por aleatoriedad, esto es, independientes uno del otro. Finalmente, se conoce de la estadística que la suma de variables aleatorias puede definirse mediante la distribución normal o curva acampanada, ésta distribución se encuentra definida por su media y su desviación estándar (Credit Suisse, 2014).

2.2.7.1. Supuestos iniciales

Esta hipótesis de los mercados eficientes (HME) es la teoría básica que describe el comportamiento de los mercados, la cual tiene varios supuestos en ese contexto se dice que un mercado es eficiente si:

- La información es transparente, gratuita, simétrica y perfecta.
- No existen costos inherentes a la transacción.
- Los agentes del mercado son racionales y actúan en competencia perfecta.

Sobre la base de estos supuestos se ha establecido un modelo de equilibrio en el que existe un único precio para cada activo financiero, y que coincide con su valor intrínseco (Lopez & Illera, 2013). Harry Markowitz desarrolló su modelo media-varianza sobre la base de esta teoría, que de igual manera se basaba en dos aspectos: los retornos, medidos por la media, y el riesgo, medido por su desviación estándar, considerando que un inversionista racional preferiría un retorno promedio elevado con un bajo riesgo.

Para que la teoría de Harry Markowitz sea de utilidad para el inversionista debe considerarse una de las dos posturas dentro de la gestión de portafolios según Mendizábal, Miera, & Zubia (2002) sostienen que por un lado, la estrategia activa se basa en el rechazo de la hipótesis de eficiencia del mercado y por tanto, supone que los precios de cotización de los títulos no reflejan toda la información disponible, pudiendo batir al mercado anticipándose a sus movimientos sobre la base de malformaciones de precios. Por otro lado, la estrategia pasiva presupone el cumplimiento de la hipótesis de eficiencia del mercado, esto es, que los precios de cotización de los títulos sí reflejan toda la información disponible. Por lo cual existe información perfecta y ningún inversor puede superar al mercado. Para García & Sáez (2015) el único objetivo de dicha estrategia pasiva es la construcción de un portafolio que replique la evolución de un índice.

A modo de ahondar en las formas de eficiencia en los mercados se describe a continuación los distintos niveles de eficiencia en función a los niveles de

información disponible y su impacto en el precio de los activos financieros.

2.2.7.2. Formas de eficiencia del mercado

Se establecen tres niveles de eficiencia en los mercados de capitales que fueron presentados en 1967 por Harry V. Roberts (citado por Brun & Moreno, 2008).

- Eficiencia del mercado fuerte
- Eficiencia del mercado semi-fuerte
- Eficiencia del mercado débil

La hipótesis de los mercados eficientes débil manifiesta que los precios de los activos financieros incorporan la información que se deriva de la evolución histórica de las cotizaciones y volúmenes negociados. Implica con ello que el análisis de la información es público, gratuito y no permitirá obtener beneficios extraordinarios dados estas condiciones. Del análisis de los inversionistas, cualquier signo que determine un comportamiento u otro será detectado y el precio variará en función al comportamiento pasado (Brun & Moreno, 2008). Esta hipótesis posee un concepto cercano al proporcionado por el análisis técnico.

La hipótesis de los mercados eficientes semi-fuerte implica que los precios de los activos financieros incorporan toda la información pública disponible, y los precios no incluyen solamente la información pasada, sino información actual pública. Esta hipótesis posee un concepto cercano al proporcionado por el análisis fundamental.

La hipótesis de los mercados eficientes fuerte sostiene que no hay información, pública o privada, que permita a los inversores obtener beneficios anormales de los activos financieros (Gitman & Joehnk, 2005). Puesto que toda la información está incluida al tomar la decisión, incluso la privilegiada o no pública.

Por otro lado, Brun & Moreno (2008) sostienen que esta hipótesis va más allá de las anteriores y presume la utilización de información privada de la empresa para obtener un beneficio adicional.

2.2.7.3. Críticas a la teoría de mercados eficientes

Las críticas respecto de esta teoría son numerosas y discutibles partiendo de las técnicas empleadas tradicionalmente que permiten validar la hipótesis, según Ignacio Olmeda (citado por Lopez & Illera, 2013) argumenta que las técnicas implicadas en la hipótesis de eficiencia son incapaces de detectar ciertas propiedades de las series estadísticas actuales, y por otro lado en la práctica, con la actividad especulativa global.

Los principales argumentos en contra de la hipótesis de eficiencia de los mercados se justifican por la evidencia empírica proporcionado por los Hedge Funds o fondos de alto riesgo que obtienen recurrentes beneficios extraordinarios mediando en las imperfecciones de los mercados financieros (Lopez & Illera, 2013).

Actualmente, existe un consenso creciente de que aunque los mercados puedan no ser perfectamente eficientes, las evidencias sugieren que hay al menos una razonable eficiencia (Gitman & Joehnk, 2005). En el mercado financiero bursátil mundial, los inversionistas hacen uso del análisis fundamental y técnico, con ello, se toma en consideración el análisis de los títulos, incluso en un mercado que pueda ser eficiente.

En una reflexión de Maurice Kendall (citado por Brun & Moreno, 2008), se matiza la diferencia entre paseo aleatorio o Random Walk de los precios de las acciones que significaría que el mercado es eficiente, y por ende, su funcionamiento es correcto. En su contraparte, que el mercado sea irracional significa que el mercado no es eficiente. Esto último, coloca de manifiesto la exuberancia irracional (Shiller, 2000) de los mercados financieros actuales, con ello se quería explicar cómo el comportamiento humano afecta a la formación de los precios en la bolsa y produce excesos irracionales.

Estos cuestionamientos y hallazgos dan lugar a nuevas teorías, con ello se hace referencia a la principal, la Teoría de las Finanzas Conductuales que constituye el capítulo más novedoso en la historia de la teoría de portafolios, por medio de la Teoría de la Perspectiva de Daniel Kahneman y Amos Tversky en 1979 cuyo énfasis radica en la importancia de las pérdidas en inversiones.

2.2.8 Teoría de las Finanzas Conductuales

La teoría de las Finanzas Conductuales incorpora al mundo de las finanzas las investigaciones psicológicas que evidencian cómo se comportan en realidad los individuos.

Esta teoría utiliza las vertientes de la economía y la psicología para explicar el comportamiento de los inversionistas, en contradicción con lo que supone la racionalidad de la conducta económica (Valenzuela, 2013). En la teoría de las Finanzas Conductuales se encuentran dos ramas principales de investigación: la primera, centrada en el comportamiento del inversor que dista de la conducta del inversor racional eficiente, y la segunda, se encarga del estudio de cómo los inversionistas no muy racionales pueden hacer que los precios del mercado financiero se desvíen de sus valores fundamentales. (Stanyer, 2006). La adopción de los postulados de las finanzas conductuales puede acreditarse a Amos Tversky y Daniel Kahneman, quienes se destacaron por su desarrollo de la Teoría de la Perspectiva o que es posible traducir como la teoría de los resultados esperados, como modelo de explicación del comportamiento humano en problemas de decisión, en las finanzas conductuales (Credit Suisse, 2014).

En tanto es importante manifestar la necesidad de esta teoría que viene dada en primera instancia, porque logra explicar los errores típicos o sesgos conductuales de los inversionistas. En segunda instancia, proporciona una vista detallada de las preferencias de riesgo de los inversionistas (Credit Suisse, 2014). De esta manera y a diferencia de la Teoría Moderna de Portafolios propuesta por Harry Markowitz, el énfasis recae en la importancia de las pérdidas en inversiones.

2.2.8.1. La Teoría de la Perspectiva

Kahneman y Tversky (citado por Rosa, Rondán, & Díez de Castro, 2013) logran desarrollar una teoría alternativa a la teoría económica clásica de la utilidad, la cual asume Harry Markowitz en su modelo propuesto de 1952, en ella se considera que los agentes económicos toman decisiones con relación a un esquema neutral, esto es, se parte de la hipótesis de que el contexto particular en el que se toman las decisiones afecta a dichas decisiones. Para (Santos, 2012): a partir de la crítica a la teoría de Bernoulli sobre las utilidades esperadas y la aversión al riesgo y a la incertidumbre, Kahneman y Tversky proponen una segunda visión en la que desde las perspectivas y puntos de referencia de los que parten las decisiones, es posible comprender que existe una carga no racional y altamente intuitiva en la elección de alternativas bajo condiciones de incertidumbre. (p.43)

La principal hipótesis de la Teoría de la Perspectiva (1979) es la aversión a la pérdida, lo que implica la observación de que las pérdidas logran en el inversionista el doble de daño con respecto a los beneficios producidos por las ganancias de capital. Esta teoría sugiere a los inversionistas que aplicar el modelo significa la identificación de sus sesgos con una prueba de diagnóstico y luego abandonar estos sesgos. (Credit Suisse, 2014).

El grado de aversión a la pérdida determina la selección de un portafolio óptimo en la frontera conductual eficiente, esta frontera se construye sobre la base del diagrama riesgo-retorno inicialmente

establecido por Markowitz para presentar las diferentes opciones de inversión, lo que conlleva a reemplazar la línea del mercado eficiente en el modelo de media-varianza con una frontera eficiente sobre la base de la Teoría de la Perspectiva, esta frontera conductual fue desarrollada inicialmente por De Giorgi, Hens y Mayer (citado por Credit Suisse, 2014). La función de Utilidad de la Teoría de la Perspectiva es presentada a continuación:

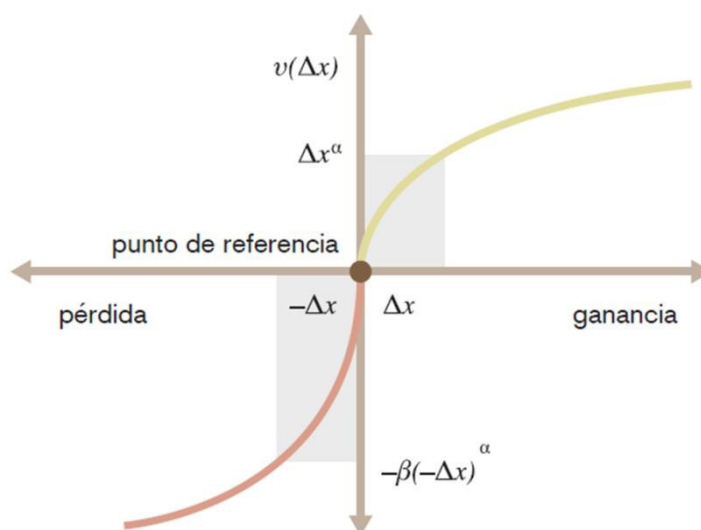


Figura 2.4. Función de Utilidad de la Teoría de la Perspectiva. Fuente. Extraído de Finanzas Conductuales: La psicología de la inversión, Credit Suisse, 2014, p. 10

Kahneman y Tversky (citados por Credit Suisse, 2014) sostienen respecto de la función de Utilidad propuesta, que una persona evalúa el resultado de sus inversiones a través de un punto de referencia, pudiendo ser el precio de compra de un activo financiero, y la aversión a la pérdida se muestra en el hecho de que la función de Utilidad tiene inicialmente una curva mucho más pronunciada que el área de ganancias. El área de pérdida muestra el perjuicio marginal decreciente de las pérdidas. Esto se demuestra por el hecho que los maximalistas de la

utilidad arriesgarían algo para una oportunidad de equilibrio en lugar de enfrentar una pérdida definitiva, esto significa que las pérdidas en inversiones deben ser compensadas por la posibilidad de mayores ganancias, en una relación aproximada de dos veces a la pérdida potencial.

Respecto de la críticas que se presentan a la teoría de las Finanzas Conductuales; se sostiene que esta rama de las finanzas se basa en fundamentos no verificables, se toma con escepticismo sobre la variedad de tendencias y teorías que propone la psicología experimental. Jordán (2013) concluye que: las críticas a la teoría conductual económica y financiera son diversas, una de las principales es que la teoría psicológica da un espectro demasiado grande de posibilidades en cuanto a anomalías conductuales, a través del cual básicamente cualquier cosa podría ser clasificada como anomalía. (p.28)

Eugene F. Fama citado por Nuñez (2014) afirma “que las anomalías observadas en los mercados son consecuentes con la hipótesis de eficiencia de mercado y le da poca importancia a las metodologías seguidas por las finanzas conductuales” (p.6).

Con ello, se evidencia lo controversial o debatible que resulta la actual teoría de portafolios respecto de los postulados tradicionales, no obstante los supuestos de la investigación presente se efectúan sobre la base del incumplimiento de la hipótesis de mercados eficientes, como estrategia activa que consiste en aprovechar la ineficiencia del mercado que supone entonces que los precios de los activos financieros;

acciones no reflejan toda la información disponible, de esta manera se busca batir al índice(s) bursátil(es) con un portafolio diversificado en acciones, para con ello validar la hipótesis específica prevista.

2.2.9. La volatilidad en series de tiempo financieras

El concepto de volatilidad involucra alguna medida de la dispersión en una serie, entendiéndose la dispersión como la variabilidad o la amplitud en los datos de dicha serie. Para medir la volatilidad se utiliza a la desviación estándar que es la medida de dispersión absoluta más utilizada, no obstante, este estadístico puede ser un estimador ineficiente en series financieras.

Para Haro (2005) la volatilidad:

Es la desviación estándar (o raíz cuadrada de la varianza) de los rendimientos de un activo o un portafolio, (...). Se convierte por tanto en un indicador fundamental la cuantificación de riesgos de mercado porque presenta una medida de dispersión de los rendimientos con respecto al promedio o la media de los mismos en un periodo determinado. (p.43)

Sin embargo, el autor sostiene la diferencia entre una volatilidad histórica que no hace énfasis en el pasado inmediato, esto es, todas las observaciones tienen el mismo peso específico y el pronóstico está basado en las observaciones históricas. Y, la volatilidad dinámica o con suavizamiento exponencial (EWMA), esta metodología proporciona mayor peso a las últimas y más recientes observaciones que a las primeras o más alejadas en el tiempo. Esto representa principalmente una ventaja sobre el promedio simple de las observaciones o volatilidad histórica, con ello se

pretende evidenciar que la volatilidad dinámica captura rápidamente fuertes variaciones de precios en los mercados debido su ponderación, y por ello es posible generar mejores pronósticos en épocas de alta volatilidad (Haro, 2005).

Según el autor Montenegro (2010) uno de los hechos más característicos de las variables financieras y de sus rendimientos es que su volatilidad cambia con el tiempo, es decir, no permanece constante. Esto armoniza con las afirmaciones de Karandikar & Sinha (2012) dado que las series financieras otorgan una característica particular a la varianza; la heterocedasticidad, que es la existencia de una varianza no constante a lo largo del tiempo. Una causa frecuente se da en el recorrido de las variables explicativas que tienen una gran dispersión respecto a su propia media.

Vijayalakshmi & Gaur (2013) refiere respecto a la heterocedasticidad como una propiedad de la varianza en los respectivos mercados bursátiles y de divisas investigados. De esta manera se evidencia, la actual volatilidad de los mercados financieros, o en todo caso su propensión a serlo.

2.2.9.1. Volatilidad dinámica o con suavizamiento exponencial

Una herramienta fundamental utilizada para analizar el comportamiento de los mercados financieros es el cálculo de la volatilidad, con el uso de la volatilidad dinámica, es decir, medir la evolución de la dispersión a lo largo del tiempo de la desviación estándar asociada a un conjunto de rentabilidades observadas.

Para Borda (2007) una manera de capturar el dinamismo de la volatilidad de los retornos o

rendimientos de los activos en los mercados financieros es por medio del uso del método de suavizamiento exponencial o volatilidad dinámica de las observaciones históricas durante algún período.

La ventaja de este método es que la volatilidad dinámica captura rápidamente las fuertes variaciones de precios en los mercados por su ponderación, ergo es posible generar pronósticos más ajustados en épocas de alta volatilidad, útil en los mercados financieros, como el mercado bursátil.

2.2.10. La metodología EWMA

La volatilidad es una variable crítica al momento de construir portafolios de inversión, por lo cual se requiere de una metodología que permita estimar con mayor precisión la volatilidad de cada una de los activos financieros dada la coyuntura actual de los mercados financieros.

La metodología EWMA o promedio móvil ponderado exponencialmente se caracteriza porque reconoce que la volatilidad cambia con el tiempo, hace referencia a una propiedad de la varianza en series de datos, la heterocedasticidad, presenta con ello un mayor grado de complejidad a diferencia del cálculo del riesgo mediante la desviación estándar (Bedoya, 2005).

Krajewski & Ritzman (2000) afirman respecto de la metodología del promedio móvil ponderado exponencialmente o EWMA (Exponentially Weighted Moving Average), por sus siglas en inglés:

Permite calcular el promedio de una serie de tiempo, asignando a las demandas recientes mayor ponderación que a las demandas anteriores. Es el método de pronóstico formal que se usa más a menudo, por su simplicidad y por la reducida cantidad de datos que requiere. (p.510)

En dicha ponderación, los pesos decrecen exponencialmente a una tasa λ mientras se retrocede en el tiempo, es decir, que el peso de la varianza estimada para el día anterior es λ , el de la varianza estimada para anteayer λ^2 , y su anterior es λ^3 , y así en lo sucesivo (Bedoya, 2005). Implica que el factor de decaimiento se reduzca a un valor ínfimo con lo cual lograr que las observaciones pasadas no posean similar ponderaciones que las más actuales.

La metodología EWMA está expresada por la siguiente formulación matemática para estimar la desviación estándar de los retornos o rendimientos de un activo financiero para el periodo $t+1$ es calculado como sigue (Horasanli & Fidan, 2007)

$$\sigma_{1,t+1} = (1 - \lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i r_{t-i}^2$$

Donde λ es el parámetro de decaimiento (lambda) o peso aplicado a la última estimación de la desviación estandar, $\sigma_{1,t+1}$ es la estimación de desviación estandar del día $t+1$, mientras r_{t-i}^2 es el rendimiento o retorno del día anterior. Se asume que el valor medio de los rendimientos diarios es igual a cero en los mercados financieros según Jorion, 2000:101 (citado por Horasanli & Fidan, 2007). Las restricciones están en función del lambda, el cual debe oscilar entre $0 < \lambda < 1$.

De igual manera para el calculo de la covarianza por EWMA, Jorion (citado por Horasanli & Fidan, 2007) calcula que el estimador de la varianza asume un valor promedio de los rendimientos igual a cero, respectivamente:

$$\text{Cov}(r_1, r_2) = (1 - \lambda) \sum_{j=0}^T \lambda^{j-1} r_{1,t}, r_{2,t}$$

El cual involucra dos series de tiempo, activos financieros designados $r_{1,t}$ y $r_{2,t}$. Donde λ es el parámetro de decaimiento (lambda) o peso aplicado a la última estimación de las covarianzas, mientras $r_{1,t}$ y $r_{2,t}$ son los rendimientos o retornos del día anterior. Las restricciones están en función del lambda, el cual debe oscilar entre $0 < \lambda < 1$.

Para RiskMetrics que utiliza los factores de lambda, igual a 0,94 para un conjunto de datos diarios y 0,97 para el conjunto de datos mensuales, se pretende proporcionar una precisión superior al efectuar predicciones. Un factor de lambda superior ofrece pronósticos más estables. Estos valores han sido elegidos por minimizar del error cuadrático medio en series suavizadas según lo indica Penza y Bansal , 2001 : 133 (citados Horasanli & Fidan 2007)

Para (Bedoya, 2005) determinar el parámetro de decaimiento (lambda) a utilizar en cada caso, implica elegir convenientemente un λ bajo para aquellos activos financieros cuyas volatilidades cambien rapidamente y un λ alto para aquellos activos financieros cuyas volatilidades permanezcan constantes durante un largo período. Ante lo expresado, se infiere la necesidad de encontrar un λ óptimo para cada activo financiero. El método para esta optimización del lambda será el

método de Suma de Errores al Cuadrado (RMSE) que minimice el error pronosticado de la varianza.

2.2.10.1. Parámetro de Decaimiento

Este modelo de suavizamiento exponencial (EWMA) depende de un parámetro de decaimiento conocido como Lambda (λ) o parámetro de decaimiento que se encuentra entre los valores de 0 y 1. Este parámetro determina los pesos que se aplican a las observaciones históricas. Mientras más pequeño sea el λ , mayor peso tienen los datos más recientes. Entonces si $\lambda = 1$, el modelo se convierte en la volatilidad histórica con pesos uniformes a todas las observaciones, siendo de desviación estándar (Borda, 2007).

Durán (2011) afirma en relación a este punto que:

El factor o parámetro de decaimiento o de decadencia, también conocido como (Decay factor o Lambda) empleado en el método de estimación EWMA determina el ritmo al cual disminuye la importancia de las observaciones más distantes en el tiempo respecto del momento en el que se realizan las predicciones de los valores futuros de volatilidades y correlaciones. Risk Metrics recomienda utilizar 1 igual a 0,94 y 0.97 para las predicciones diarias y mensuales respectivamente. (pp.108-109)

Como lo indica Betancourt et al (2013) refiere que se pueden realizar diversos procesos con respecto a la selección del lambda para lograr un mejor suavizamiento, para el presente trabajo de investigación se hace uso del método de Suma de

Errores al Cuadrado, para llevar a cabo dicha selección, el cual se calcula estimando la varianza por la metodología EWMA, probando diferentes valores de lambda, y en último lugar, se elige el lambda que haya obtenido el menor error.

2.2.10.2. Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Medio (RMSE)

El método de raíz cuadrada del error cuadrático medio (Root Mean Squared Error), por sus siglas en inglés, permite determinar una lambda óptima que minimice el error pronosticado de la varianza para cada activo financiero. Según Borda (2007) refiere que el método depende de dos parámetros, los cuales son λ y T , siendo el número de días de la serie usados para el cálculo de la volatilidad. La estimación para el instante $t+1$ de la varianza del rendimiento r_{t+1} , efectuado en el instante anterior t , esto es, el valor esperado del rendimiento al cuadrado, es:

$$E(r_{t+1}^2) = \sigma_{t+1,t}^2$$

El error en la estimación de la varianza, viene dado por:

$$\varepsilon_{t+1} = r_{t+1}^2 - \sigma_{t+1,t}^2$$

Esto implica que el valor esperado del error es cero. Por tanto, hay que determinar el valor de λ que minimice la raíz cuadrada del error cuadrático medio RMSE que se han producido en la serie histórica de activo financiero.

El RMSE está dado por la siguiente formulación matemática:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^t [r_{t+1}^2 - \sigma_{t+1,t}^2 x \lambda]^2}$$

Donde, $\sigma_{t+1}^2 x \lambda$ es la estimación de la varianza para el intervalo $t, t + 1$ que se ha obtenido en t con factor de decaimiento λ .

La estimación para el factor de decaimiento se basa en encontrar el menor RMSE para diferentes valores de dicho lambda, y posteriormente, se elige el lambda que arroje el menor RMSE, es decir, se busca el factor de decaimiento que produzca la mejor estimación de la varianza en la serie histórica analizada (Borda, 2007).

Para Betancourt, García, & Lozano (2013):

Seleccionada la lambda de menor RMSE, se conoce la varianza estimada por metodología EWMA; para el caso de la covarianza, donde el activo en cuestión se asocia con cada uno de los demás activos que hacen parte del portafolio, se tomó la decisión de trabajar con el lambda de menor RMSE, que resulta de comparar los lambdas de menor RMSE de cada uno de los activos involucrados. (p.12)

Y, señalan que el procedimiento se efectúa en cada serie de rentabilidad de cada activo financiero tanto para el cálculo de la varianza, como entre pares de series para el cálculo de la covarianza, conformando así una matriz varianza-covarianza.

2.2.11. Mejoras en la optimización del modelo de Markowitz

Dadas las características actuales de los mercados financieros, el riesgo del portafolio, tomando en consideración que en general, las series financieras presentan en su comportamiento periodos de relativa estabilidad, seguidos por períodos de alta volatilidad y viceversa como lo señala (Betancourt et al, 2013); de donde es posible inferir que la varianza de las series financieras no es constante en el tiempo, por el contrario, son de tipo heterocedástica. Esto permite que el riesgo del portafolio sea calculado con el uso de la metodología EWMA dentro del desarrollo de la investigación, esta metodología permite asignar una mayor ponderación a los datos más recientes, lo que se consigue es un mayor ajuste, más acorde al comportamiento real de las series financieras actuales.

La utilización de la metodología de suavizamiento exponencial o promedio móvil ponderado exponencialmente (EWMA) evidencia fuertes diferencias en cuanto a la diversificación eficiente del riesgo dentro de un portafolio, en contraposición al método utilizado por la desviación estándar, al sugerir invertir el capital en pocos activos, lo cual eleva el nivel de riesgo de acuerdo al concepto de diversificación, mientras que con el uso de la metodología por EWMA el conjunto de activos que se plantea es más amplio según los hallazgos encontrados por (Betancourt, García, & Lozano, 2013). Dado que al utilizar el modelo EWMA se logra mitigar el efecto de la decisión del número de observaciones pasadas a tomar en cuenta para estimar la volatilidad. Debido a que el peso de las observaciones aumenta mientras se avanza en el tiempo, de

esta manera las observaciones muy antiguas influirán poco o levemente en la volatilidad reciente.

Por tanto, es posible deducir que la decisión del número de observaciones anteriores a considerar es menos relevante si se utiliza el modelo EWMA que si se utiliza la fórmula de desviación estándar propuesta en el modelo original (Bedoya, 2005).

2.2.12. Solución del modelo de Markowitz por EWMA

La propuesta aplicada del modelo de Markowitz se desarrolla sobre la base de las investigaciones realizadas por Betancourt et al (2013), ello implica la construcción de portafolios óptimos, es decir, la determinación de los portafolios eficientes con expectativas de rendimiento, portafolios con el mínimo retorno, portafolio con el máximo de retorno, portafolio tangente, con el soporte que le proporciona la matriz de varianza-covarianza, la cual se pretende ajustar por motivo de la presente investigación mediante la metodología EWMA para la medición del riesgo.

Un portafolio está integrado por distintos instrumentos de inversión, los cuales serán cálculos considerando los riesgos y rendimientos respectivos de todos los activo financieros de inversión que conforman el portafolio; las acciones que son medidas con la media o promedio y la desviación estándar.

Los cálculos necesarios para aplicar el modelo de Markowitz o también conocido originalmente como modelo de media-varianza se describen con detalle en lo sucesivo, pudiendo ampliarse para “n” portafolios de inversión.

Construcción de portafolios óptimos

Para llevar a cabo la construcción de los portafolios eficientes, se sugieren los siguientes pasos: recopilar la data histórica diaria de las cotizaciones de las acciones que se van a analizar. Se recomienda como mínimo un horizonte de estudio de dos años para lograr que la distribución de probabilidades sea lo más normal posible. Se sugiere completar los datos de los días festivos con el último precio de cotización inmediatamente anterior al festivo, asumiendo éste como un día hábil (Betancourt, García, & Lozano, 2013).

Se calcula la rentabilidad, que está dado por el cociente que es aproximadamente igual al logaritmo natural del precio actual dividido por el precio anterior de la acción de forma diaria (R_t), por cada activo k , con base en los precios; donde t representa el día específico de cotización del activo, (P_t) representa el precio del activo en el día t y (P_{t-1}) representa el precio del activo del día hábil inmediatamente anterior al día t :

$$R_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

Se realiza el cálculo de la rentabilidad promedio de cada activo k , donde n representa la cantidad de datos que conforman cada una de las series de rentabilidad de cada activo k :

$$R_k = \sum_{t=1}^n \frac{R_t}{n}$$

Con ello, se tendría una matriz de rendimientos promedio $R_{k \ 1 \times m}$ donde m representa el número de activos riesgosos que se han elegido para hacer parte del conjunto de posibilidades de inversión dentro de la estructuración de los diferentes portafolios:

$$(R_{1,1} \ - \ R_{1,2} \ \dots \ R_{1,m})$$

Se construye una matriz de información $W_{m \times q}$ de pesos iniciales, donde m sigue siendo el número de activos riesgosos y q representa el número de portafolios que se pretenden construir; y dado que los pesos con que se inicializa el modelo influyen en la obtención de un mínimo y en la rapidez con la que se converge hacia éste, entonces se aconseja que la inicialización de pesos se haga con valores positivos cercanos a cero y menores que uno, ya que los pesos que se buscan tienen esta característica:

$$W_{m \times q} = \begin{pmatrix} W_{1,1} & \dots & W_{1,q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{m-1} & \dots & W_{m,q} \end{pmatrix}$$

Las matrices $R_{1 \times m}$ y $W_{m \times q}$ se multiplican para determinar el vector de elementos de $E(R_p)$ rendimiento esperado por cada portafolio). Como en este caso hay q portafolios, luego hay q rendimientos esperados:

$$(E(R_p)_{1,1} \ - \ (E(R_p)_{1,2} \ \dots \ (E(R_p)_{1,q}))$$

Se calculan la matriz de varianzas y covarianzas por metodología EWMA o también conocido como modelo de suavizamiento exponencial. Para enfatizar que la metodología de cálculo de varianzas y covarianzas es por EWMA, y no por

el método clásico, se ha decidido poner el superíndice E sobre cada uno de los elementos de la matriz varianza-covarianza, la cual es una matriz simétrica M x M; por otro lado, es importante aclarar que la construcción de esta matriz se explica a detalle al recrearlo en MS Excel, a saber:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^{2E} & \cdots & \sigma_{1m}^E \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1}^E & \cdots & \sigma_m^{2E} \end{pmatrix}$$

Se calcula el riesgo asociado a cada portafolio (σ_p), por separado, con base en la matriz de varianza-covarianza, esto equivale a multiplicar las matrices $W_{p \times m}$, $W_{ij}^H_{m \times m}$, $W_{p \times 1}$, y donde W_p es el vector columna conformado por el conjunto de pesos referidos al portafolio p, y W_p es el vector transpuesto respectivo:

$$\sigma_p = \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j \sigma_{ij} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Desarrollado este proceso base indicado por (Betancourt, García, & Lozano, 2013), se prosigue a la construcción de diferentes portafolios eficientes, a partir de la solución de un problema de optimización, con las siguientes restricciones comunes a todos: (1) No se permiten operaciones apalancadas, por lo tanto, la suma de los pesos debe ser igual a 1 ó 100%; y (2) Las ventas en corto no son permitidas, por lo tanto, los pesos deben ser mayores o iguales a cero; así:

Minimizar w_t

$$\sigma_p = \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j \sigma_{ij} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Sujeto a:

$$(1) \sum_{i=1}^m w_i = 1$$

$$(2) w_t \geq 0 \quad \forall t = 1, 2, \dots, m$$

Luego, adicionando determinadas restricciones al anterior problema de optimización, se logra la construcción de diversos portafolios tales como:

Portafolios eficientes con expectativas de rendimiento

Para este caso, igualmente, se busca construir un portafolio $[(\sigma)_p]$ diversificado en acciones del portafolio, sujeto a la siguiente restricción adicional, además de las dos restricciones anteriormente expuestas:

$$[E(R)_p] = K$$

K es la expectativa de rendimiento esperado, asociada con un perfil de inversionista.

Determinación del Portafolios con el mínimo retorno

Para este caso, se busca minimizar el retorno esperado, sujeto a las dos restricciones comunes inicialmente expuestas.

Determinación del Portafolio con el máximo de retorno

Para este caso, se maximiza el retorno esperado $[E(R)_p] = K$, sujeto a las dos restricciones comunes inicialmente expuestas.

Determinación del Portafolio tangente

Éste se construye a partir del índice o razón de Sharpe (IS) alternativo, el cual calcula el exceso de rentabilidad sobre la tasa de interés libre de riesgo ($[E(R)_p] - R_f$), logrado por el portafolio, por unidad de volatilidad o riesgo propio del portafolio $[(\sigma)_p]$; este índice se obtiene por medio de la siguiente fórmula alternativa a la original:

$$IS_p = \frac{R_P - R_{tr}}{\sigma_p \left(\frac{R_P - R_{tr}}{|R_P - R_{tr}|} \right)}$$

Donde $[E(R)_p]$ es igual al rendimiento esperado del portafolio, R_f es el rendimiento promedio del activo libre de riesgo y es la volatilidad del portafolio.

Para aplicar este índice se manejan los rendimientos históricos, cuando el valor del IS es positivo y grande, indica altos niveles de rendimiento y baja variabilidad, mientras que si el valor del es negativo y grande, indica rendimientos inferiores a la tasa libre de riesgo y baja variabilidad. Este índice estipula que tan bueno es el desempeño del portafolio si se le compara con el respectivo índice del portafolio de referencia (Carbonell & Echavarría, 2008).

El problema de optimización para conseguir el portafolio tangente, utilizando el índice o razón de Sharpe, consiste en maximizar, sujeto a las dos restricciones iniciales.

De esta manera, se construyen todos los portafolios que se deseen, y se conforma la frontera eficiente. Es claro que, en la presente investigación se toman como referencia general los procesos elaborados por Betancourt, García y Lozano, en

especial la formulación matemática, no obstante el procedimiento para los resultados logrados en esta investigación se detallan en apartados posteriores con el uso de MS EXCEL y el uso de la herramienta Solver.

Matriz de Varianza-Covarianza

Para el cálculo de la matriz Varianza-Covarianza, lo cual es paso fundamental en el cálculo del riesgo de un portafolio, se utiliza en la presente investigación la metodología EWMA, conocida como promedio móvil ponderado exponencialmente. Este modelo cuando se aplica para medir la volatilidad de un activo, emplea un promedio ponderado de los rendimientos pasados de una serie de tiempo, con el fin de pronosticar o proyectar un comportamiento futuro, por lo general, de corto plazo.

Este modelo EWMA asigna una mayor ponderación a las observaciones más recientes, es decir, que a medida que estos datos van convirtiéndose en datos más rezagados de la serie, su importancia va siendo menor, de esta forma, se esperan proyecciones y estimaciones más precisas, en momentos en que el mercado financiero presenta volatilidades.

2.2.13. Métodos alternativos de medición del riesgo

A continuación se presentan modelos que coadyuvan al funcionamiento del modelo base, media-varianza o modelo de Markowitz, en alguna de sus variables, esencialmente el riesgo que es la probabilidad de que el rendimiento del portafolio sea distinto al rendimiento esperado.

a) Modelo de Valorización de activos de capital (CAPM)

Este método fue desarrollado por William Sharpe, John Lintner y Jan Mossin, en 1964 y se basa en el análisis de las variaciones de los precios con respecto a los precios del mercado considerando también cifras históricas. El modelo de valoración de activos de capital o también conocido por sus siglas en inglés como CAPM, considera el riesgo sistemático, es decir, aquél no diversificable, sin tratar a ningún instrumento aisladamente buscando de esta manera la compensación de los riesgos.

b) Modelo de Valorización por Arbitraje (APT)

Este método fue desarrollado por Stephen A. Ross en 1976, el cual no considera únicamente al precio del mercado como factor determinante en el riesgo, sino también considera a otros factores tales como la producción industrial, inflación, las tasas de interés, entre otros. No obstante, el método de valoración por arbitraje o conocido por APT no es suficiente para tomar decisiones en cuanto al principal problema en la asignación de un portafolio de inversión, esto es, no permite tomar la decisión de la proporción idónea que deben tener los instrumentos de inversión que componen al portafolio.

c) Valor en Riesgo (VaR)

El Valor en riesgo o también conocido por VaR es un método que determina la cantidad máxima que

es posible perder, dado un determinado nivel de confianza (por lo regular el estándar del sector es considerar el 95% o el 99% de nivel de confianza) en un determinado período de tiempo. Puede ser utilizado dentro del modelo de Markowitz como un estimador para el cálculo de la volatilidad dinámica.

d) Modelos (GARCH)

Como lo señalan Gutiérrez, Galvez, & Mauricio (2010) estos modelos permiten tener una mejor proyección de los niveles de riesgo futuros, los orígenes de este tipo de modelos se remontan a los trabajos de Robert Engle, que propone una metodología que es capaz de modelar la heterocedasticidad observada en las series de tiempo, es decir, la variabilidad de la varianza en el tiempo, ya que para las series financieras la varianza no es una constante.

La posibilidad de entregar una previsión de la varianza condicional de este tipo de series, ya que la condicionalidad implicaba introducir en un modelo la información precedente en los mercados financieros y, por consiguiente, reflejar la conducta de los agentes de estos mercados, como la formación de expectativas en cuanto a los precios, trajo como consecuencia un enorme desarrollo para este tipo de formulaciones.

El primero de estos modelos fue conocido como de heterocedasticidad condicional autorregresiva o ARCH (q). La posterior generalización de este modelo a esquemas multivariados originó los

modelos MGARCH o GARCH propuesto por Bollerskev, Engle y Wooldridge en 1988.

2.2.14. Métodos alternativos de selección de portafolio de activos

Los modelos de selección de portafolios son modelos de asignación de recursos entre distintas alternativas. Dada una cantidad de dinero determinado, se selecciona la combinación óptima de “ n ” posibilidades de inversión, la cartera óptima, para ello se toma fundamentalmente dos índices de referencia: rentabilidad esperada y riesgo asociado a la misma, siendo posible considerar más índices, como lo señala asimetría, apuntamiento, liquidez, etc.

La importancia teórica y práctica de la aproximación del modelo propuesto por Harry Markowitz son evidentes, sin embargo la realidad de los mercados financieros es bastante más compleja, ya que existen múltiples fuentes de incertidumbre, existen múltiples criterios de decisión, que surgen como consecuencia de tomar en cuenta más índices de referencia. No obstante el binomio rentabilidad-riesgo permanece como el principio básico en el planteamiento de los modelos para la selección de carteras (Canós & Ventura, 1999). A continuación se presentan algunos modelos que son avances y refinamientos del modelo de Markowitz de 1952.

a) Modelo Black-Litterman

Permite calcular los retornos esperados de mercado como una combinación de un conjunto de expectativas específicas de cada inversionista y

toma un punto de referencia neutral. El modelo se enfoca en aspectos del proceso de inversión que son controlables y brinda recomendaciones tácticas disciplinadas consistentes con las expectativas del inversionista. Por otra parte, algunos autores han criticado el supuesto de normalidad implícito en el modelo original, en referencia a la distribución de retornos actual, y han propuesto posibles soluciones (Trujillo, 2009).

b) Modelo de los números índices de Sharpe

Este método propone una regresión lineal para estimar la rentabilidad del portafolio o activos, sin embargo muchos de los valores son ajustados subjetivamente de acuerdo al conocimiento del mercado que tenga el inversionista.

c) Modelo de la media-objetivo

Este método permite que el riesgo se iguale al valor esperado de una función que es mayor o igual que un retorno objetivo " t ", y es no decreciente en desviaciones por debajo del valor de " t ". No obstante, cuenta de igual forma con parámetros subjetivos, como un componente que está dado por la actitud del inversionista respecto del riesgo de caer debajo del valor de " t ".

d) Modelo de la media-varianza-asimetría

Según Céspedes (2011) refiere que en este método lo que se busca obtener es la media y el coeficiente

de asimetría más altos sujetos a una varianza mínima. El tercer momento de la distribución de los retornos esperados se llama “skewness” que mide la asimetría de la distribución de probabilidad de los retornos.

2.2.15. Estrategias para la administración de portafolios

El modelo de Markowitz es un paso importante dentro de una estrategia de gestión de portafolios, ya que de forma objetiva se busca la diversificación eficiente del portafolio considerando la aversión al riesgo por parte del inversionista a un nivel de rentabilidad esperada, lo que permite ser incorporado dentro de las estrategias de gestión, toma lugar al momento de la selección de activos. Ante lo señalado, las estrategias más comunes para la gestión o administración de portafolios de inversión son: Top-Down y Bottom-up. Los estilos o estrategias de gestión de portafolios son generalmente diferentes en función del área geográfica donde actúe el inversionista.

El estilo Top-Down o estilo europeo comienza por un análisis de la situación macroeconómica y termina por la selección de los títulos valores, en cambio el estilo Bottom-up o americano selecciona los títulos valores tomando en consideración principalmente los análisis fundamental y técnico, relegando a un segundo nivel el análisis macroeconómico o sectorial (Martín & Téllez, 2014). Por ejemplo, para el caso del estilo Top-Down, se lleva a cabo como primer paso, un análisis macroeconómico, seguido de un análisis sectorial y finalmente un análisis para la selección de activos, que implica elegir las compañías donde invertir el dinero según las decisiones tomadas en los pasos anteriores, en este particular el Modelo

de Markowitz de ser utilizado en este último paso permite validar o contrastar las conjeturas del inversionista al haber utilizado el estilo de forma empírica.

2.2.16. La Bolsa de Valores de Lima

La Bolsa es el lugar denominado mercado bursátil, donde los interesados en adquirir o transferir activos financieros, por ejemplo, de renta variable, y específicamente acciones, se encuentran diariamente representados por las sociedades agentes de Bolsa, y que mediante las fuerzas de oferta y demanda se logran fijar los precios de dichos activos, que dan lugar a operaciones de compra y venta entre las partes intervinientes.

Los orígenes de la actual Bolsa de Valores de Lima se remontan al Tribunal del Consulado que fue considerado en el siglo XIX, el más alto tribunal de comercio y desempeñó un papel fundamental en el surgimiento de la Bolsa de Comercio de la capital. Las medidas de corte liberal adoptadas por el presidente Ramón Castilla, llevaron a la fundación de la Bolsa de Comercio de Lima el 31 de diciembre de 1860, que inició sus actividades el 7 de enero de 1861 en un local temporal (Bolsa de Valores de Lima, 2015).

Según lo señalado Bolsa de Valores de Lima (2014) en las tres décadas iniciales la Bolsa no logró negociar acciones de ningún tipo, a través de la Comisión de Cotización logró registrar las cotizaciones nominales de las principales plazas comerciales. Durante esos primeros tiempos la crisis inflacionaria, que el Perú sobrellevó entre los años 1872 y 1880, contribuyó al debilitamiento del mercado bursátil. La Bolsa resurgió vigorosamente promovida por el presidente

Nicolás de Piérola con la designación de Bolsa Comercial de Lima en 1898. Se aprobó el reglamento que creaba la Cámara Sindical compuesta por tres comerciantes y tres Agentes de Cambio, y se editó el primer número del Boletín de la Bolsa Comercial de Lima.

La incertidumbre y enorme volatilidad de los títulos valores entre 1929 y 1932 así como los cambios durante y después de la Segunda Guerra Mundial; provocaron a nuevos cambios institucionales. Las reformas iniciadas en 1945 desembocaron en la creación de la nueva Bolsa de Comercio de Lima en 1951.

El primer centenario de su fundación fue celebrado en 1960 y en el año de 1971, las condiciones eran propicias para la fundación de la actual Bolsa de Valores de Lima. A lo largo del siglo XX se han dado cambios significativos hasta llegar al actual sistema electrónico de negociación, Millenium® y al registro central de Valores y liquidaciones conocido como CAVALI, entre otros servicios de información; asimismo, mediante Asamblea General Extraordinaria de Asociados, de 19 de Noviembre de 2002, se acordó la transformación de la Bolsa de Valores de Lima a sociedad anónima, a partir del 01 de enero de 2003 hasta la actualidad. (Bolsa de Valores de Lima, 2015).

Ventajas al invertir

Al invertir en la Bolsa de Valores se puede tener acceso a una variedad de instrumentos financieros: acciones, bonos, papeles comerciales, entre otros. Al adquirir acciones el inversionista se convierte es propietario de una parte de la empresa o emisor, y al participar en un mercado secundario está sujeto a

potenciales ganancias y riesgos asociados a la posesión de ese título valor adquirido.

Entre las ventajas que otorga participar en este tipo de mercado bursátil, se puede señalar:

a. Seguridad al inversionista:

Es un mercado organizado con arreglo a la ley del mercado de valores, la cual regula entre otros temas; la protección al inversionista.

b. Rentabilidad:

Se pueden obtener rendimientos o retornos superiores que los ofrecidos por el sistema financiero tradicional, en particular el sistema bancario.

c. Liquidez:

Permite el fácil acceso al mercado en donde el inversionista puede comprar y vender valores en forma rápida y a precios determinados por la oferta y la demanda.

d. Transparencia:

El inversionista cuenta en forma oportuna y veraz con información referente a los valores cotizados y transados, publicaciones proporcionadas por la Bolsa de Valores de Lima, sociedades agentes de Bolsa y la entidad reguladora dentro en el Sistema de Mercado de Valores.

e. Tecnología:

El inversionista puede utilizar la plataforma virtual que proporciona la Bolsa de Valores de Lima para realizar las transacciones de compra y venta de

manera inmediata con el objeto de aprovechar las oportunidades de inversión y así reducir tiempos de ejecución y de costos asociados a la transacción.

Riesgos al invertir

Las empresas listadas que cotizan sus activos en la Bolsa de Valores, están sometidas a los riesgos de la propia empresa, del sector productivo, al riesgo país y al riesgo de mercado o sistemático. El inversionista asume directamente todos estos riesgos y se interpreta como la probabilidad de no obtener los rendimientos esperados, ni a la preservación del capital inicial, y en consecuencia perder parcialmente o totalmente lo invertido.

a. Riesgo de Mercado

Existen eventos importantes que originan tendencias compradoras o vendedoras, las cuales producen alzas o bajas generalizadas de los precios de los valores, en gran o poca medida, que dependen en muchos casos de la economía internacional y nacional, que ambas forman parte del riesgo sistemático.

b. Riesgos País

El riesgo país es el riesgo de una inversión debido solo a factores específicos y comunes a la economía de un cierto país, puede entenderse como el riesgo promedio de las inversiones realizadas en cierto país. La medición se realiza sobre la base de puntos básicos, cuya base es de un punto básico que equivale a 0.01%, y se encuentra en relación al entorno político, económico, de seguridad pública, entre otros aspectos.

d. Riesgo del Sector Productivo

Los diferentes sectores productivos o económicos (agrario, industrial, minero, etc.) tienen riesgos específicos. Un ejemplo claro sería la disminución de los precios internacionales de los metales, que pueden afectar negativamente el precio de las acciones de las empresas mineras.

e. Riesgo de la Empresa

La escasez de materia prima, conflictos organizacionales dentro de la empresa, deficiencias en la productividad, entre otros, son situaciones en la economía real que pueden afectar al emisor, disminuyendo y afectando su valor de mercado en la economía financiera.

2.2.17. Índices bursátiles

Los índices bursátiles son indicadores que expresan la tendencia promedio de los valores más representativos de un mercado de valores. En septiembre del 2014, la Bolsa de Valores de Lima (BVL) firmó un acuerdo con la empresa global líder en provisión de índices S&P Dow Jones, quién se encarga del cálculo, licenciamiento, comercialización y distribución de los índices S&P/BVL.

Según la Bolsa de Valores de Lima (2015) los índices reflejan un cambio en su metodología y son índices de capitalización bursátil ajustada por free-float, con excepción del índice S&P/BVL Lima 25, el cual mantendrá la metodología antigua basada en la liquidez de las acciones. Del mismo modo, los índices sectoriales y sub sectoriales utilizan el sistema de Clasificación Industrial Global Estándar (GICS por sus siglas

en ingles), clasificación usada por inversionistas alrededor del mundo.

A seguir en el cuadro 2.2, se encuentran la lista de nuevos índices de la BVL:

Cuadro 2.2. Índices bursátiles S&P/BVL vigentes

Índices	Código
S&P/BVL Peru Select Index TR (PEN)	SPBLPSPT
S&P/BVL Peru General Index TR (PEN)	SPBLPGPT
S&P/BVL LIMA 25 Index TR (PEN)	SPBL25PT
S&P/BVL IBGC Index TR (PEN)	SPBLBGPT
S&P/BVL Mining Index TR (PEN)	SPBLMPT
S&P/BVL Public Services Index TR (PEN)	SPBLSPT
S&P/BVL Financials Index TR (PEN)	SPBLFPT
S&P/BVL Industrials Index TR (PEN)	SPBLIPT
S&P/BVL Consumer Index TR (PEN)	SPBLCPT
S&P/BVL Electric Utilities Index TR (PEN)	SPBLEPT
S&P/BVL Construction Index TR (PEN)	SPBLNPT
S&P/BVL Juniors Index TR (PEN)	SPBLJPT

Fuente. Extraído de la página web de la S&P DOW JONES INDICES (2015).

En la presente investigación se utilizan estos índices bursátiles implementados a la fecha en la Bolsa de Valores de Lima, los cuales forman parte fundamental del análisis estadístico efectuado.

Según S&P DOW JONES (2015) Los antiguos índices han sido renombrados, reemplazados o descontinuados, esto como medida adoptada en acuerdo de las partes, siendo la Bolsa de Valores de Lima y S&P DOW JONES INDICES de que éste último sea el responsable de la elaboración, desarrollo y publicación de los índices bursátiles como se muestra en el cuadro 2.3 a continuación.

Cuadro 2.3. Cambios en los índices bursátiles BVL

Índice Existente	Transición	Índice Nuevo
Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBVL)	<ul style="list-style-type: none"> - La nueva metodología crea un punto de referencia del país que se basa en la capitalización de mercado ajustado por flotación y por criterios de liquidez - Nuevo nombre del índice - Sigue la historia del IGBVL 	S&P/BVL Peru General Index
Nuevo índice	<ul style="list-style-type: none"> - Índice transable compuesto por las empresas más grandes y líquidas, incorporando normas de diversificación y de amortiguamiento 	S&P/BVL Peru Select Index
Índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima (ISBVL)	<ul style="list-style-type: none"> - Índice representa las acciones más líquidas a cotizar en la BVL - La selección y ponderación basada en la liquidez local, - Nuevo nombre del índice - Sigue la historia del ISBVL 	S&P/BVL LIMA 25 Index
Índice de Buen Gobierno Corporativo (IBGC)	<ul style="list-style-type: none"> - Índice que realiza un seguimiento de todas las empresas peruanas que cumplen los criterios de gobierno corporativo establecidos por la BVL - Proceso de Encuesta que se mantiene por la BVL - Dow Jones calculará el índice Índice bursátil - Sigue la historia del IBGC 	S&P/BVL IBGC Corporate Governance Index
Índices Sectorizados e Índice subsectorizados	<ul style="list-style-type: none"> - Nueva estructura basada en combinaciones de sectores y subsectores GICS® - 05 Índices del Sector: Consumo, Finanzas , Industriales, Minería, Servicios Públicos - 03 Índices del Subsector : Servicios Eléctricos , Construcción y Minería Junior 	S&P/BVL Sectors and Subsectors Indices
Índice Nacional de Capitalización Bursatil (INCA)	<ul style="list-style-type: none"> - Decontinuado efectivamente desde mayo de 2015. 	N/A

Fuente. Extraído de la página web de la S&P DOW JONES INDICES (2015).

La composición de los índices bursátiles actuales no está a disposición del público en general, solamente serán proporcionados a clientes o por solicitud especial (S&P DOW JONES, 2015).

Los niveles de los índices históricos de la IGBVL, el ISBVL, el IBGC, y de las mineras juniors serán transferidos a las nuevas metodologías, sin cambios en los valores históricos.

Con el fin de mantener la continuidad en la historia del índice, S&P DJI utilizó el final de los valores del índice del día Jueves, 30 de abril 2015, suministrado por la BVL, para el cálculo de los valores del día hábil siguiente.

Los índices S&P/ BVL del sector y subsectores se pusieron en marcha el 4 de mayo de 2015, con nuevos valores y nuevas estructuras, y la información del índice histórico no se llevará en adelante. Los nuevos índices se dan sobre la base de GICS®, que es un sistema de clasificación diseñado y mantenido por Índice bursátil Dow Jones y MSCI. Estos índices tendrán los datos de copia de prueba históricos que se remontan al 17 de marzo de 2006. Los índices del sector y Subsectores que han sido utilizados anteriormente a la modificatoria fueron descontinuados después del cierre del mercado del Jueves, 30 de abril 2015, a excepción del S&P/BVL Juniors Index, que seguirá calculándose según su historia existente. Para el índice S&P/BVL Peru General Index (anteriormente IGBVL), S&P DJI ha creado un respaldo probado de datos proforma históricos al 17 de septiembre 2004, utilizando la nueva metodología. Estos datos están disponibles bajo petición. No obstante, la historia actual del IGBVL es la historia oficial de la nueva S&P/BVL Peru General Index (S&P DOW JONES, 2015). El cuadro 2.4 siguiente es un resumen de la historia disponible de los

índices de retorno total (TR), es decir, asumirá la reinversión de los dividendos:

Cuadro 2.4. Fechas de índices S&P/BVL TR

Fechas de índices de Retorno Total (TR)			
Índice	Fecha Lanzamiento	Fecha de Primer Valor	Valor Base
S&P/BVL Peru General Index TR (PEN)	Dic. 30, 1991	Dic. 30, 1991	100
S&P/BVL Peru Select Index TR (PEN)	Dic. 1, 2014	Marzo 17, 2006	100
S&P/BVL LIMA 25 Index TR (PEN)	Julio 8, 1993	Dic. 30, 1991	100
S&P/BVL IBGC Index TR (PEN)	Julio 1, 2008	Junio 30, 2008	100
S&P/BVL Consumer Index TR (PEN)	Dic. 1, 2014	Marzo 17, 2006	100
S&P/BVL Financials Index TR (PEN)	Dic. 1, 2014	Marzo 17, 2006	100
S&P/BVL Industrials Index TR (PEN)	Dic. 1, 2014	Marzo 17, 2006	100
S&P/BVL Mining Index TR (PEN)	Dic. 1, 2014	Marzo 17, 2006	100
S&P/BVL Public Services Index TR (PEN)	Dic. 1, 2014	Marzo 17, 2006	100
S&P/BVL Construction Index TR (PEN)	Dic. 1, 2014	Marzo 17, 2006	100
S&P/BVL Electric Utilities Index TR (PEN)	Dic. 1, 2014	Marzo 17, 2006	100
S&P/BVL Juniors Index TR (PEN)	Julio 1, 2008	Dic. 28, 2007	1000

Fuente. Extraído de la página web de la S&P DOW JONES INDICES (2015).

Los índices mostrados cuentan con sus correspondientes versiones en nuevos soles peruanos (PEN) o dólares (USD). Los tickers o códigos de los índices también pueden ser consultados en múltiples plataformas de proveedores de datos financieros, como en S&P DJI, en paralelo a la Bolsa de Valores de Lima.

2.2.18. Ratios Financieros

En toda empresa es imprescindible tener pleno conocimiento de la situación financiera y de los resultados operativos de ésta, para ello es ventajoso hacer uso de los ratios financieros ya que otorgan una perspectiva diferente sobre los aspectos financieros de la empresa y a su vez amplían la información de los estados financieros de la compañía. Por tanto, el análisis de los ratios financieros es el estudio de las relaciones entre los distintos estados contables, estos ratios pueden dividirse en cinco grandes grupos: liquidez, actividad, apalancamiento, rentabilidad y medidas de mercado según lo manifiesta (Gitman & Joehnk, 2005)

- De liquidez está relacionada con la capacidad que posee una empresa para cubrir sus gastos inmediatos y atender sus obligaciones de corto plazo con disposición de efectivo. Se puede tener una visión global de liquidez de una empresa analizando los ratios de circulante y el fondo de maniobra. La solvencia hace referencia a la capacidad financiera de una empresa para hacer frente a sus obligaciones de pago, no solo de efectivo sino de todos sus recursos disponibles.
- De actividad permiten analizar el ciclo de rotación del elemento económico seleccionado y por lo general son expresado en días, destacan los ratios de rotación por cuentas por cobrar, de inventarios, del activo fijo, de pagos, de cobertura, éste último mide cuantas veces el efectivo generado cubre el pago de intereses.
- De apalancamiento o de endeudamiento es aquel que está relacionada con la estructura financiera de la empresa, puede darse en tres posibles

combinaciones; capital propio, de terceros o mixto.

- De rentabilidad comprenden una serie de indicadores cuya finalidad es medir la generación de renta suficiente para cubrir los costos y generar valor para los estamentos dentro de una empresa, siendo uno de ellos sus accionistas. Se destacan el margen bruto, margen neto, rentabilidad del activo, rentabilidad del patrimonio.
- Los ratios de valor de mercado convierten porciones de información acerca de la empresa en función de las acciones, indicando qué parte de los beneficios totales y de los dividendos está asignada a cada acción, un ratio representativo es precio/beneficio o PER interpretado en años, que indica el tiempo en que el inversionista recupera su inversión, además evalúa si la acción está sobrevaluada o subvaluada.

2.3 Marco Conceptual

2.3.1 Definición de conceptos

En la presente investigación es pertinente mencionar los conceptos sobre el mercado bursátil y en particular los relacionados al modelo de asignación de activos propuesto:

1. Activo bursátil

Documentos que incorporan la titularidad de derechos sobre un bien fácilmente convertible en dinero y que generalmente es negociado en el mercado de valores secundario.

2. Acciones comunes

Representan una parte del capital de la empresa, los tenedores tienen derecho a voz y voto en las juntas de accionistas, también tienen derecho a los beneficios que genere la empresa.

3. Acciones de inversión

No confieren calidad de socios a sus tenedores, los tenedores pueden estar presentes en juntas de accionistas, pero sin voz ni voto, los tenedores tienen derecho preferencial a beneficios.

4. Aversión al riesgo

Término referido a la situación en la que un inversionista, expuesto a alternativas con diferentes niveles de riesgo, preferirá aquella con el nivel de riesgo más bajo, aunque alcance una menor rentabilidad.

5. Agente bursátil

Un individuo o entidad reconocida por la bolsa de valores; para ejercer las operaciones de compra y venta de valores. Un

agente opera en la Bolsa de acuerdo a los intereses de sus clientes.

6. Benchmark

Base de comparación, y en lo relativo a la bolsa de valores, se denomina así a los índices bursátiles que sirven como referencia para conocer del comportamiento general de determinado tipo de activos y para comparar la gestión de fondos e inversionistas particulares.

7. Capitalización bursátil

Resulta de multiplicar el número de acciones en circulación o free float de una empresa inscrita en Bolsa por su precio de mercado, también es conocida como valor de mercado de la empresa.

8. Cotización de la acción

Precio de mercado de la acción de acuerdo a la oferta y demanda.

9. Dividendos de acciones

Participación en efectivo que corresponde a cada acción en tenencia al distribuir la empresa las utilidades obtenidas.

10. Dispersión

Medida en la que los datos se distribuyen alrededor de un punto central (normalmente la media aritmética) en una muestra.

11. Diversificación

Es la elección de diferentes activos financieros de inversión que conforman al portafolio. Dichos elementos tienen características propias distintas entre sí, con lo cual se busca

reducir el riesgo total del portafolio, de tal manera que sea posible obtener el rendimiento esperado.

12. Emisores

En el ámbito de la economía, se conoce como emisor a una institución, empresa u organización que emite valores comerciales.

13. Free-Float

Es el porcentaje del total de acciones de una sociedad que es susceptible de ser negociado habitualmente en bolsa, al no tratarse de participaciones de accionistas estables de la empresa.

14. Ganancia

Ingreso o beneficio de tipo económico, obtenido por una empresa o inversionista, en el curso de sus operaciones.

15. Instrumentos financieros

También conocidos como activos bursátiles, títulos, son valores que se negocian en la Bolsa de Valores por ejemplo: Acciones, bonos corporativos, bonos del gobierno central, certificados de depósitos, obligaciones, hipotecarias, pagarés financieros, entre otros.

16. Inversión

Hacer uso del dinero disponible en el presente con la expectativa de obtener una utilidad futura a mediano o largo plazo, asumiendo un determinado nivel de riesgo.

17. Liquidez

Es la facilidad con que un activo financiero puede ser vendido o comprado, esto representa por supuesto la rapidez con la cual puede convertirse en efectivo para el inversionista.

18. Matriz

Una matriz es una disposición rectangular de elementos. El (i, j) èsimo elemento de σ_{ij} de la matriz M , está en la fila i -èsimo y la columna j -èsimo del arreglo.

19. Mercado de acciones

Está compuesto por las acciones de empresas, que ante la necesidad de recursos deciden no contraer obligaciones del sistema financiero tradicional, sino aumentar su capital social mediante acciones, por lo tanto, quienes compran sus acciones se convierten en socios de la empresa, con los derechos y obligaciones que ello implica.

20. Mercado de valores

También denominado mercado de capitales en sentido estricto, los fondos prestados se documentan en valores, apelándose al ahorro público, a los particulares y empresas en general, ofreciéndoles una rentabilidad para canalizar tales fondos hacia inversiones productivas. Es un mercado de negociación abierta al público.

21. Riesgo de portafolio

Exposición a la pérdida del capital invertido o probabilidad de incurrir en descapitalización al momento de invertir en un conjunto de activos.

22. Monto nominal de acciones en circulación

Son las acciones emitidas al valor nominal, sin considerar el efecto de la inflación u otros elementos económicos.

23. Portafolio

Conjunto de activos, denominado también cartera, constituido por un proceso de asignación o selección de activos, su

composición se representa porcentualmente y su desempeño es medido por ratios de performance.

24. Precio de la acción

Precio o cotización de la acción es el valor determinado por la oferta y la demanda en la Bolsa de Valores.

25. Rueda de bolsa

Es el espacio de tiempo hábil fijado por la Bolsa para la realización de las operaciones bursátiles.

26. Rentabilidad

Es la relación entre la utilidad proporcionada por un activo bursátil y la cantidad de dinero invertido en su adquisición. Generalmente se genera una mayor rentabilidad cuando se prolonga el horizonte de la inversión.

27. S&P/BVL Peru General

Está diseñado para ser el referente o Benchmark amplio del mercado peruano reflejando la tendencia promedio de las principales acciones cotizadas en Bolsa. El S&P/BVL Peru General que continua con la historia del antiguo IGBVL, manteniendo la base 30 de diciembre de 1991 = 100. Sin embargo, a partir del 4 de octubre del 2015 se convierte en un índice de capitalización del free float. En tal situación, es preciso destacar que el índice S&P/BVL Peru General que difunde la BVL en sus publicaciones, es de retorno total, es decir asume la reinversión de los dividendos. Los portafolios de este índice serán actualizados completamente en setiembre de cada año, efectuándose ajustes de los pesos en marzo, junio y diciembre.

28. S&P/BVL Peru Select

Es el nuevo indicador del mercado de acciones orientado a convertirse en el índice Premium de la BVL. Es también un índice de capitalización pero con mayores requerimientos de liquidez y del tamaño de la capitalización del free float, de tal manera que además de ser amplio y representativo, sea también invertible y fácilmente replicable.

29. S&P/BVL Lima 25

En comparación de los otros índices bursátiles, que son de capitalización, el Lima 25 es el único índice basado en la liquidez, al medir el desempeño de las 25 acciones con mayor negociación dentro de la Bolsa de Valores de Lima. Este índice sigue la historia del índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima (ISBVL), que se remonta al 30 de diciembre de 1991.

30. Índice de Buen Gobierno Corporativo (IBGC)

El Índice de Buen Gobierno Corporativo es un estadístico cuyo objetivo es reflejar el comportamiento de los precios de las acciones de aquellas empresas listadas que adoptan buenas prácticas de gobierno corporativo.

CAPITULO III: METODOLOGÍA

3.1 Hipótesis general

La aplicación del modelo de Markowitz con metodología EWMA permite construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima.

3.2 Hipótesis específicas

I. Hipótesis específica N°1

Un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es menos riesgoso que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

II. Hipótesis específica N°2

Un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es más rentable que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

3.3 Identificación de variables

3.3.1 Hipótesis general

H0: La aplicación del modelo de Markowitz con metodología EWMA permite construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima.

Variable independiente (X)

X1: Modelo de Markowitz

Variable independiente (X)

X2: Metodología EWMA

Variable dependiente (Y)

Y1: Portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima.

3.3.2 Hipótesis específica N° 1

H1: Un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es menos riesgoso que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

Variable independiente (X)

X1: Portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima.

Variable dependiente (Y)

Y1: Índices bursátiles en la Bolsa de Valores de Lima.

3.3.3 Hipótesis específica N° 2

H2: Un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es más rentable que S&P/BVL Peru General Index TR (PEN).

Variable independiente (X)

X1: Portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima.

Variable dependiente (Y)

Y1: Índices bursátiles en la Bolsa de Valores de Lima.

3.4 Operacionalización de las variables

3.4.1 Hipótesis general

H0: La aplicación del modelo de Markowitz con metodología EWMA permite construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima.

Operacionalización de la variable independiente:

Modelo de Markowitz con metodología EWMA

El modelo pertenece a la teoría de portafolio moderna propuesta por Harry Markowitz para llevar a cabo la selección de activos y conforman un portafolio óptimo de inversión. La metodología EWMA, permite calcular el riesgo otorgando mayor ponderación a los datos más recientes.

Indicadores de la variable:

- Media (μ)
- Des. Estándar (σ)
- Porcentaje de pesos relativos por acción en el portafolio
- Lambda óptima
- Raíz cuadrada del error cuadrático medio

Operacionalización de la variable dependiente:

Portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima.

Un portafolio es el conjunto de activos financieros como acciones que sirven como estrategia de diversificación y una manera de diversificar es mediante acciones pertenecientes a diversos sectores productivos.

Indicadores de la variable:

- Grado de correlación de las acciones del portafolio
- Rendimiento esperado del portafolio
- Riesgo del portafolio

3.4.2 Hipótesis específica N° 1

Hipótesis específica N°1

Un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es menos riesgoso que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

Operacionalización de la variable independiente:

Un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto

Es una metodología para lograr un cálculo eficiente de la volatilidad para ajustarse a la realidad actual de los mercados financieros.

Indicadores de la variable:

- Grado de correlación de las acciones del portafolio
- Rendimiento esperado del portafolio
- Riesgo del portafolio

Operacionalización de la variable dependiente:

Índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

Un conjunto de indicadores que representan la tendencia promedio de las acciones que lo conforman, dividido en índices bursátiles principales e índices sectoriales respecto de cada rubro de la economía peruana.

Indicadores de la variable:

- Cotización de cierre diario - Riesgo de los índices

3.4.3 Hipótesis específica N° 2

H2: Un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es más rentable que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

Operacionalización de la variable independiente:

Portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima

Es el conjunto de activos financieros, específicamente constituido por acciones; que sirve como criterio para reducir el riesgo no sistemático en forma efectiva.

Indicadores de la variable:

- Grado de correlación de las acciones del portafolio
- Rendimiento esperado del portafolio
- Riesgo del portafolio

Operacionalización de la variable dependiente:

Índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

Un conjunto de indicadores que representan la tendencia promedio de las acciones que lo conforman, dividido en índices bursátiles principales e índices sectoriales respecto de cada rubro de la economía peruana.

Indicadores de la variable:

- Cotización de cierre diario
- Rendimiento esperado de los índices
- Riesgo de los índices

3.5 Matriz de Consistencia

Modelo de Markowitz con metodología EWMA para construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima					
Planteamiento del Problema		Investigación		Operacionalización	
Planteamiento del problema	Sistematización	Objetivos	Hipótesis	Variables	Indicadores
En la Bolsa de Valores de Lima (BVL) se presentan oportunidades de inversión las cuales dependiendo de las expectativas de riesgo-rentabilidad, perfil de riesgo, horizonte de inversión permitirán obtener beneficios para el inversionista institucional e individual. Para ello, se precisan de modelos o instrumentos modernos de análisis que puedan construir un portafolio diversificado en acciones al invertir en el mercado bursátil y obtener portafolios eficientes, es decir, aquellos que proporcionen un máximo retorno para un nivel de riesgo dado o, equivalentemente un mínimo riesgo, para un retorno dado. Al comprender lo anteriormente señalado, a nivel operacional, se tiene que establecer qué porcentaje del dinero se debe invertir en las diferentes acciones listadas, a esto se le denomina asignación estratégica de activos, a fin de determinar cuál es la mejor asignación para nuestro portafolio de acciones. Para ello, se formula la siguiente interrogante: ¿Cómo construir un portafolio diversificado en acciones en la BVL?	Problema general: ¿Cómo construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima?	Objetivo general: Construir un portafolio diversificado en acciones utilizando el modelo de Markowitz con metodología EWMA en la Bolsa de Valores de Lima	Hipótesis general: El modelo de Markowitz con metodología EWMA permite construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima.	X1; Variable Independiente Modelo de Markowitz	- Media (μ) - Des. Estándar (σ) - Porcentaje de pesos relativos por acción en el portafolio
	Problema específico 1: ¿El portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es menos riesgoso que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima?	Objetivo específico 1: Determinar la contribución que genera el modelo Markowitz.-EWMA en la construcción de un portafolio diversificado de menor riesgo.	Hipótesis específica 1: Un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es menos riesgoso que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.	X2: Variable independiente: Metodología EWMA	- Factor de Decaimiento o Lambda (λ) optimizado por, -Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Medio (RMSE)
	Problema específico 2: ¿El portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es más rentable que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima?	Objetivo específico 2: Establecer las diferencias en el desempeño de los índices S&P/BVL y un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto.	Hipótesis específica 2: Un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es más rentable que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.	Y1: Variable dependiente Portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima	- Grado de correlación de las acciones del portafolio - Rendimiento esperado del portafolio - Riesgo del portafolio - S&P/BVL Indices bursátiles principales y sectoriales

3.6 Tipo de investigación

El tipo de investigación realizada es de tipo explicativa, el cual utiliza pruebas de hipótesis para responder o dar cuenta del porqué del objeto que se investiga.

3.7 Diseño de la investigación

El diseño de la investigación es de tipo no experimental; ya que no existe manipulación deliberada de variables, se fundamenta en la observación de fenómenos tal y como se dan en su contexto, y de carácter transversal, puesto que se recopilan los datos en un momento o período establecido, siendo del 01 enero del 2011 al 19 de junio de 2015.

3.8 Unidad de Análisis

La unidad de análisis está conformada por la cotización de cierre diario de la acción de cada empresa listada en la Bolsa de Valores de Lima.

3.9 Población de estudio

La población está constituida por todas las cotizaciones de cierre diario de las acciones de empresas listadas en la Bolsa de Valores de Lima.

3.10 Tipo de muestreo

El muestreo se determinó de tipo aleatorio simple, esto es, a las empresas representativas del S&P/BVL Peru General Index, anteriormente denominado Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBVL), siendo un índice-muestra representativo per se de la

Bolsa de Valores de Lima. Para los fines de la presente investigación se ha optado por un muestreo de tipo aleatorio simple, dado que las empresas que componen este índice pertenecen a rubros diversos de la economía peruana, asignándole las mismas probabilidades de ser tomadas en la muestra, para lo cual se ha tomado a las 35 empresas que conforman el S&P BVL PERU GENERAL INDEX al 2015.

Cuadro 3.1: Composición del S&P/BVL Peru General Index

S&P/BVL Peru General Index			
(vigente a partir del 04 de mayo de 2015)			
Nº	Nombre del valor	Nemónico	Peso
1	Credicorp Limited	BAP	25.27%
2	Southern Copper Corp	SCCO	11.14%
3	Compania de Minas Buenaventura S.A.A.	BVN	10.39%
4	Intercorp Financial Services Inc	IFS	7.23%
5	Alicorp SA	ALICORC1	6.93%
6	Volcan Compañía Minera S.A.A. B	VOLCABC1	4.05%
7	Grana y Montero SA	GRAMONC1	3.47%
8	EnerSur S.A.	ENERSUC1	2.92%
9	Sociedad Minera Cerro Verde SA	CVERDEC1	2.68%
10	Minera Milpo	MILPOC1	2.43%
11	Ferreycorp S.A.A.	FERREYC1	2.40%
12	InRetail Peru Corp.	INRETC1	2.27%
13	Edegel SA	EDEGELC1	2.22%
14	Union Andina de Cementos S.A.A.	UNACEMC1	2.20%
15	Minsur SA I	MINSURI1	2.01%
16	Cementos Pacasmayo C	CPACASC1	1.91%
17	Luz Del Sur SA	LUSURC1	1.89%
18	Banco Continental	CONTINC1	1.85%
19	Edelnor SA	EDELNOC1	1.41%
20	Inversiones Centenario	INVCENC1	1.25%
21	Trevali Mining Corporation	TV	1.22%
22	Sociedad Minera El Brocal C	BROCALC1	0.71%
23	Aceros Arequipa	CORAREC1	0.40%
24	Empresa Agro Indl Casa Grande	CASAGRC1	0.29%
25	UCP Backus & Johnston I	BACKUSI1	0.25%
26	Refineria La Pampilla SA A	RELAPAC1	0.21%

27	Pesquera Exalmar S.A.A.	EXALMC1	0.15%
28	Compañía Minera Atacocha S.A.A. B	ATACOBC1	0.14%
29	Andino Investment Holdings SA	AIHC1	0.13%
30	Panoro Minerals Ltd.	PML	0.12%
31	Corporación Aceros Arequipa Inv	CORAREI1	0.12%
32	Pomalca	POMALCC1	0.11%
33	Minera IRL Ltd	MIRL	0.10%
34	Austral Grupo SA	AUSTRAC1	0.08%
35	Siderúrgica	SIDERC1	0.04%

Fuente. Proporcionado por S&P Dow Jones Indices New York.

3.11 Tamaño y selección de la muestra

El criterio para la selección de la muestra debe tomarse en función a lo siguiente:

1. Determinación de las acciones más negociadas, de mayor capitalización free float, y que pertenezcan al índice que refleje la tendencia promedio de las principales acciones cotizadas en la Bolsa de Valores de Lima. Es el caso del S&P/BVL Peru General Index TR.

3.12 Técnicas de recolección de datos

Las técnicas para recolectar los datos son tanto fuentes primarias como de tipo secundaria:

Fuentes primarias:

Listado de precios de cierre de acciones: información proporcionada por la Bolsa de Valores de Lima y a través del portal de S&P Dow Jones Indices, Bloomberg, Morningstar.

Fuentes secundarias:

Determinado por diversas fuentes bibliográficas, investigaciones académicas, revistas y libros electrónicos, entre otros de carácter público y privado, nacionales e internacionales.

3.13 Técnicas de análisis e interpretación de datos

Para el análisis e interpretación de datos se utilizan las siguientes herramientas:

Análisis descriptivo: por medio de éste se busca procesar la data para su análisis descriptivo en MS EXCEL cuyas opciones permiten realizar a cabalidad esta labor.

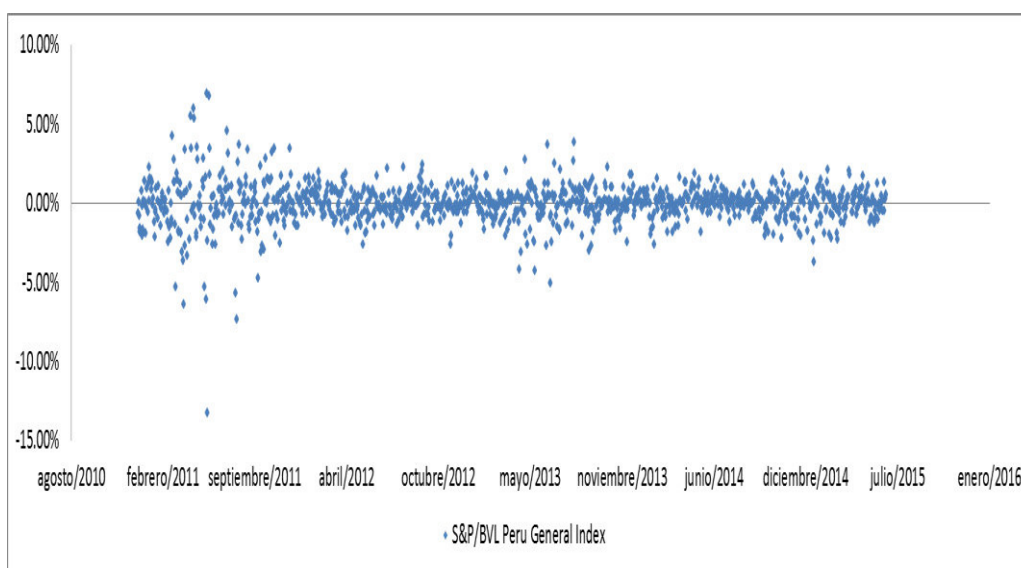
Análisis inferencial: Con ayuda del programa MS EXCEL se busca hacer uso del modelo de optimización mediante la herramienta Solver para llevar a cabo la medición de la rentabilidad, riesgo y la construcción de portafolios. La validación de las hipótesis alternativas o del investigador se efectúan mediante el uso del SPSS 22 en el cual se ejecutan pruebas de normalidad, pruebas de hipótesis y cálculos necesarios para el análisis de las variables de estudio.

CAPITULO IV: RESULTADOS

4.1 Análisis e interpretación de rentabilidades diarias

Para esta investigación se recurre al uso de las cotizaciones diarias de cierre correspondientes al 03 de enero 2011 hasta el 19 de junio del 2015, de 35 empresas listadas que forman parte del índice S&P/BVL Peru General Index y a su vez a los puntos diarios de cierre de los índices bursátiles en dicho período. En los gráficos siguientes se muestra la dispersión de las rentabilidades de los índices bursátiles pertenecientes a la Bolsa de Valores de Lima; S&P/BVL Peru General Index, S&P/BVL Peru Select Index, S&P/BVL Lima 25 Index, S&P/BVL IBGC Index. De igual manera, se muestra la rentabilidad anual media y la volatilidad dinámica de los índices señalados:

Gráfico 4.1 Rentabilidades diarias S&P/BVL Peru General Index

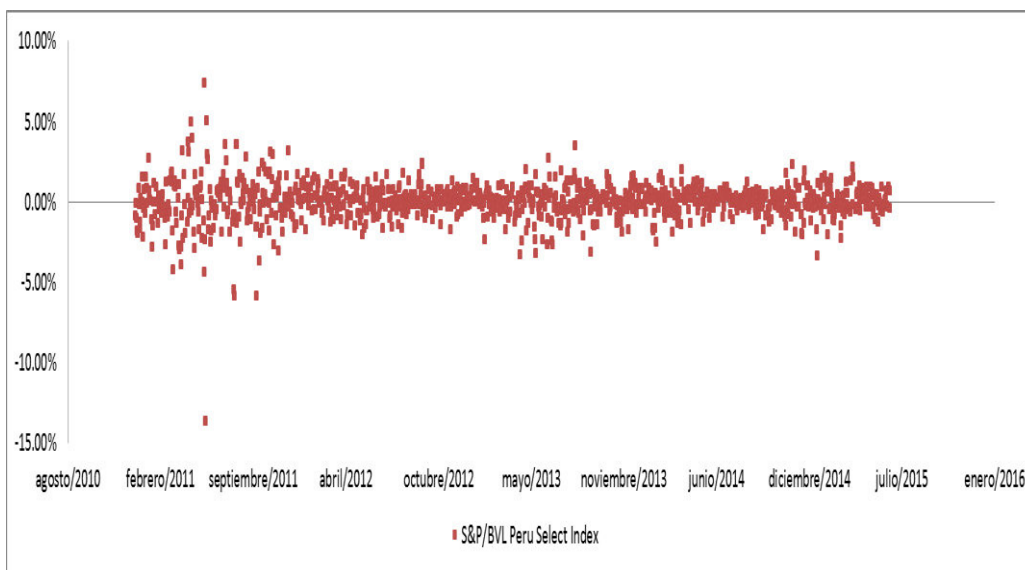


Fuente. Elaboración propia

El cálculo de las variaciones de los puntos diarios de cierre de este índice muestra en el gráfico 4.1 que la evolución en el rendimiento del índice bursátil ha oscilado próximo al -15% y cercano al 10% para el periodo 2011, posterior a ello se muestra una contracción o reducción en la dispersión de los rendimientos generados para el periodo 2012

donde se mantuvo en un rango menor entre -5% y 5%. Para los períodos 2013 y 2014, la volatilidad de su rendimiento se mantuvo en general dentro del rango e inclusive de mayor volatilidad en el periodo 2013. A inicios del 2015 a la fecha, el rango de amplitud es menor y de tendencia positiva comparado a meses previos de ese periodo.

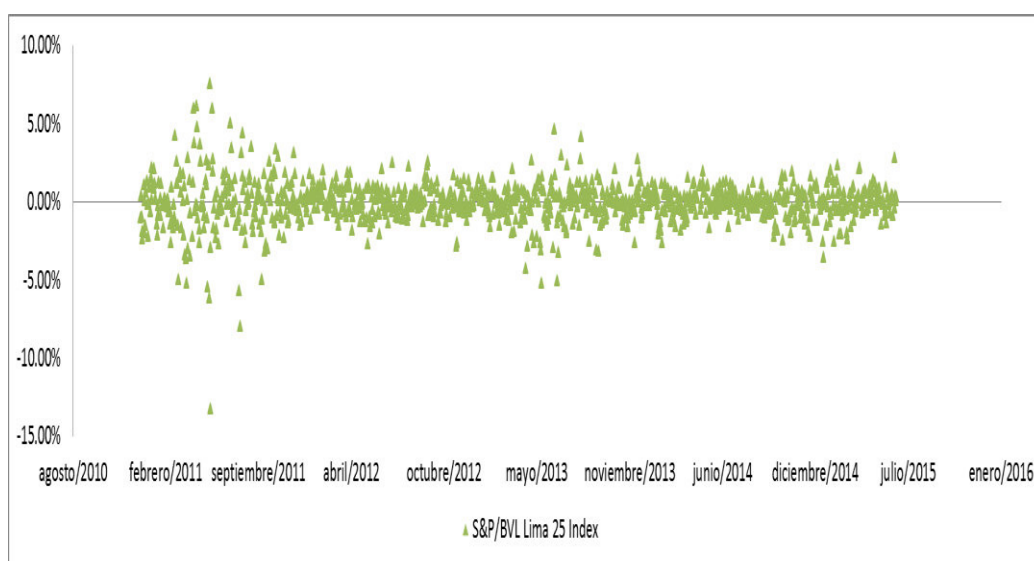
Gráfico 4.2 Rentabilidades diarias S&P/BVL Peru Select Index



Fuente. Elaboración propia

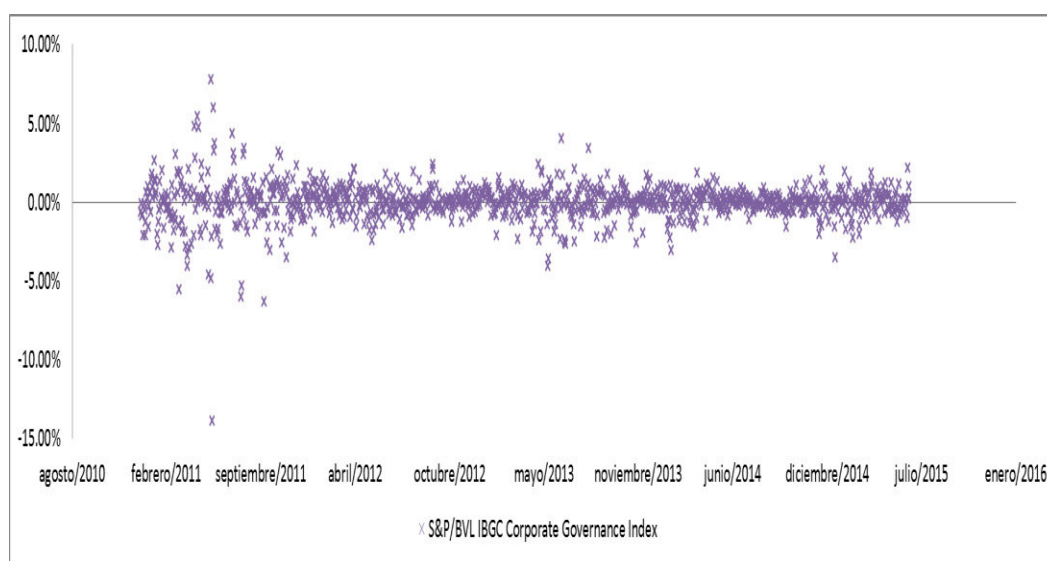
En el gráfico 4.2 este índice presenta en el periodo 2011 alta volatilidad en la evolución de sus rendimientos con una amplitud de -15% y próximo a 10% durante el periodo señalado, los cuales disminuyen gradualmente hasta el 2012 oscilando en un rango de -5% y 5% y que se mantiene para los periodos 2013, 2014 y 2015 hasta la fecha de análisis.

Gráfico 4.3 Rentabilidades diarias S&P/BVL Lima 25 Index



Fuente. Elaboración propia

Según muestra el gráfico 4.3 la evolución de este índice presenta de igual manera que los anteriores, alta volatilidad en sus rendimientos y en este caso con una dispersión de rango menor a -15% y 10% para todo el periodo señalado, los cuales disminuyen gradualmente para el 2012 oscilando en un rango de -5% y 5%, con mayor variabilidad a mediados del 2013 y que se mantiene para los periodos 2014 y 2015 hasta la fecha de análisis, donde su tendencia es positiva comparado a meses previos de este periodo.

Gráfico 4.4 Rentabilidades diarias S&P/BVL IBGC Index

Fuente. Elaboración propia

En el gráfico 4.4 el índice mostrado presenta en el periodo 2011 alta variabilidad en los rendimientos generados con una dispersión menor a -15% y 10% para todo el periodo señalado, los cuales disminuyen en el 2012 oscilando en un rango de -5% y 5%, con mayor volatilidad durante el 2013 y que se mantiene para los periodos 2014 y 2015 hasta la fecha de análisis.

Tabla 4.1. Rentabilidad y riesgo de índices bursátiles

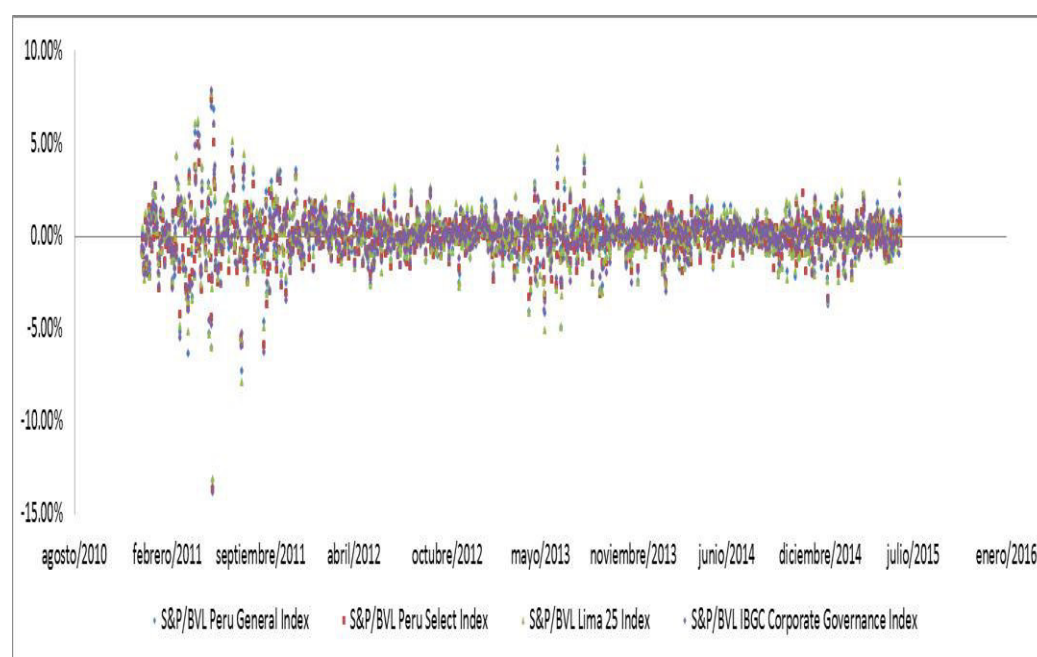
	Rentabilidad promedio anual	Desviación
EWMA		
S&P/BVL Peru General Index	-13.10%	19.92%
S&P/BVL Peru Select Index	-3.48%	18.35%
S&P/BVL Lima 25 Index	-11.42%	20.85%
S&P/BVL IBGC Index	-5.85%	18.65%

Fuente. Elaboración propia

Se considera al S&P/BVL Peru General Index porque es el referente amplio o Benchmark del mercado peruano reflejando la tendencia promedio de las acciones cotizadas en Bolsa el cual ha proporcionado una rentabilidad promedio anual de -13.10% a un riesgo del 19.92%. Siendo pertinente tomar en consideración el S&P/BVL Peru Select

Index que es un índice diseñado para medir el rendimiento de las acciones más grandes y liquidas en la Bolsa que ha tenido un rendimiento promedio anual de -3.48% con un riesgo del 18.35%, como también al S&P/BVL Lima 25 Index es el único basado en la liquidez, al medir el desempeño de 25 acciones con mayor negociación dentro de la Bolsa. Finalmente, se considera al S&P/BVL IBGC Index cuyo objeto es reflejar el comportamiento de los precios de las acciones de aquellas empresas listadas que adoptan buenas prácticas de gobierno corporativo. Para ninguno de los casos señalados estos índices o portafolios de mercado han ofrecido una rentabilidad positiva, no obstante se acompañan de un similar riesgo asociado.

Gráfico 4.5 Dispersión de rentabilidades diarias de Índices de la BVL



Fuente. Elaboración propia

Se observan las aproximaciones en cuanto la dispersión de los rendimientos diarios de los índices bursátiles en el gráfico 4.5 y en la tabla 4.2 mediante la Correlación de Pearson se evidencia que la asociación entre los índices es significativa para cada caso.

Tabla 4.2. Correlación de índices bursátiles

		S&P/BVL Peru General Index	S&P/BVL Peru Select Index	S&P/BVL Lima 25 Index	S&P/BVL IBGC Corporate Governance Index
S&P/BVL Peru General Index	Correlación de Pearson	1	,349**	,975**	,753**
	Sig. (bilateral)		,000	,000	,000
	Suma de cuadrados y productos vectoriales	10550808339,760	31493335,761	14655776377,059	29061862,040
	Covarianza	9403572,495	28068,927	13062189,284	25901,838
	N	1123	1123	1123	1123
S&P/BVL Peru Select Index	Correlación de Pearson	,349**	1	,472**	,814**
	Sig. (bilateral)	,000		,000	,000
	Suma de cuadrados y productos vectoriales	31493335,761	772017,692	60754847,479	268790,979
	Covarianza	28068,927	688,073	54148,705	239,564
	N	1123	1123	1123	1123
S&P/BVL Lima 25 Index	Correlación de Pearson	,975**	,472**	1	,821**
	Sig. (bilateral)	,000	,000		,000
	Suma de cuadrados y productos vectoriales	14655776377,059	60754847,479	21421024980,037	45177414,944
	Covarianza	13062189,284	54148,705	19091822,620	40265,076
	N	1123	1123	1123	1123
S&P/BVL IBGC Corporate Governance Index	Correlación de Pearson	,753**	,814**	,821**	1
	Sig. (bilateral)	,000	,000	,000	
	Suma de cuadrados y productos vectoriales	29061862,040	268790,979	45177414,944	141206,622
	Covarianza	25901,838	239,564	40265,076	125,853
	N	1123	1123	1123	1123

** . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (2 colas).

Fuente. Elaboración propia en SPSS 22

Los índices bursátiles pueden ser empleados para diferentes propósitos y en definitiva no pretenden construir portafolios eficientes, esto es, que proporcionen una determinada rentabilidad a un riesgo dado o viceversa, sino sirven como resúmenes del mercado, no obstante permiten tener un punto de comparación de la rentabilidad de un portafolio o conjunto de activos, es decir, permiten evaluar el desempeño de los portafolios conformados. Por ello es necesario

contar con metodologías que logren construir portafolios eficientes y diversificados; con un menor de riesgo asociado y que busque maximizar la rentabilidad del inversionista.

4.2 Análisis e interpretación de pruebas de normalidad K-S

Al analizar la distribución de los índices bursátiles en el periodo evaluado del 03 de enero 2011 hasta el 19 de junio del 2015 se evidencia que los índices S&P/BVL Peru General Index, S&P/BVL Peru Select Index, S&P/BVL Lima 25 Index, S&P/BVL IBGC Index no tienen una distribución normal o gaussiana, esto se comprueba mediante la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov (K-S) de 1 muestra, dado que el tamaño de la muestra es de 1123 datos u observaciones y con un P-valor =0,000 es menor al nivel de significancia Sig. 0,05, lo que valida la hipótesis alternativa o del investigador que afirma que los índices bursátiles no tienen una distribución normal para cada caso según la tabla 4.3.

Tabla 4.3 Prueba de Normalidad K-S de Indices bursátiles

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
S&P/BVL Peru General Index	,107	1123	,000	,948	1123	,000
S&P/BVL Peru Select Index	,058	1123	,000	,982	1123	,000
S&P/BVL Lima 25 Index	,100	1123	,000	,949	1123	,000
S&P/BVL IBGC Corporate Governance Index	,027	1123	,051	,990	1123	,000

a. Corrección de significación de Lilliefors

Fuente. Elaboración propia en SPSS 22

Adicionalmente, al analizar la distribución de los índices sectoriales: se concluye que no tienen una distribución normal, esto se justifica mediante la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov (K-S) de 1 muestra, donde el tamaño de la muestra es también de 1123 datos u observaciones, concluyendo que el P-valor =0,000 es menor al nivel de significancia Sig. 0,05 para cada caso, lo que valida la hipótesis alternativa o del investigador; los índices sectoriales no tienen una distribución normal, esto se muestra en la tabla 4.4.

Tabla 4.4 Prueba de Normalidad K-S de Índices sectoriales

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
S&P/BVL Consumer	,133	1123	,000	,922	1123	,000
S&P/BVL Financials	,082	1123	,000	,965	1123	,000
S&P/BVL Industrials	,087	1123	,000	,963	1123	,000
S&P/BVL Mining	,185	1123	,000	,882	1123	,000
S&P/BVL Public Serv.	,130	1123	,000	,934	1123	,000
S&P/BVL Construction	,066	1123	,000	,971	1123	,000
S&P/BVL Electric companies	,153	1123	,000	,924	1123	,000
S&P/BVL Juniors	,116	1123	,000	,943	1123	,000

a. Corrección de significación de Lilliefors

Fuente. Elaboración propia en SPSS 22

De igual manera, en la tabla 4.5 al analizar la distribución de las 35 acciones que constituyen el S&P/BVL Peru General Index se concluye que no tienen una distribución normal o gaussiana, esto se comprueba mediante la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov (K-S) de 1 muestra, donde el tamaño de la muestra es de 682 datos u observaciones, porque se busca un mismo número de observaciones para las acciones a evaluar, debido a que no todas listan valores en

periodos iguales, y se concluye que el P-valor =0,000 es menor al nivel de significancia Sig. 0,05 para cada caso, lo que valida la hipótesis alternativa; las acciones del S&P/BVL Peru General Index no tienen una distribución normal para cada una de las acciones.

Tabla 4.5 Prueba de Normalidad K-S acciones S&P/BVL Peru General Index

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
CORAREC1	,139	682	,000	,937	682	,000
ALICORC1	,099	682	,000	,947	682	,000
AIHC1	,241	682	,000	,890	682	,000
AUSTRAC1	,291	682	,000	,793	682	,000
CONTINC1	,086	682	,000	,954	682	,000
CPACASC1	,204	682	,000	,889	682	,000
ATACOBC1	,315	682	,000	,752	682	,000
BVN	,295	682	,000	,712	682	,000
CORAREI1	,082	682	,000	,959	682	,000
BAP	,098	682	,000	,963	682	,000
EDEGELC1	,203	682	,000	,868	682	,000
EDELNOC1	,096	682	,000	,962	682	,000
CASAGRC1	,141	682	,000	,899	682	,000
ENERSUC1	,258	682	,000	,741	682	,000
FERREYC1	,116	682	,000	,934	682	,000
GRAMONC1	,125	682	,000	,895	682	,000
INRETC1	,179	682	,000	,890	682	,000
IFS	,153	682	,000	,875	682	,000
INVCENC1	,137	682	,000	,899	682	,000
LUSURC1	,122	682	,000	,929	682	,000
MIRL	,146	682	,000	,887	682	,000
MILPOC1	,087	682	,000	,975	682	,000
MINSURI1	,095	682	,000	,943	682	,000
PML	,269	682	,000	,789	682	,000
EXALMC1	,206	682	,000	,691	682	,000
POMALCC1	,322	682	,000	,719	682	,000
RELAPAC1	,281	682	,000	,822	682	,000
SIDERC1	,105	682	,000	,919	682	,000
CVERDEC1	,281	682	,000	,765	682	,000
BROCALC1	,275	682	,000	,747	682	,000
SCCO	,142	682	,000	,915	682	,000
TV	,051	682	,000	,991	682	,000
BACKUSI1	,227	682	,000	,836	682	,000
UNACEMC1	,089	682	,000	,940	682	,000

VOLCABC1	,235	682	,000	,846	682	,000
----------	------	-----	------	------	-----	------

a. Corrección de significación de Lilliefors

Fuente. Elaboración propia en SPSS

De lo mostrado anteriormente, se concluye que los índices bursátiles, índices sectoriales y acciones no tienen una distribución normal.

Al obtener el coeficiente de variación, que es la relación entre la desviación estándar y la media aritmética expresado en valor porcentual, se encuentra que para cada serie financiera de índices y acciones se halla coeficientes superiores al -1% o mayores que 1% mostrado en la tabla 4.6, esto indica la existencia de gran dispersión respecto a la propia media aritmética de cada variable, siendo poco confiable, encontrándose valores muy alejados de la media de rentabilidad, a pesar de ello se continuará con su uso en la presente investigación, dado que ésta medida para el cálculo de la rentabilidad es utilizada en el modelo de Markowitz.

Tabla 4.6 Coeficientes de Variación

VARIABLE	Beta (β)	Retorno* Anual	Riesgo* Anual	CV (%)*
S&P/BVL Peru General Index	1.00	-13%	21%	-1.58
S&P/BVL Peru Select Index	0.80	-3%	19%	-5.33
S&P/BVL Lima 25 Index	1.02	-11%	22%	-1.88
S&P/BVL IBGC Index	0.82	-6%	19%	-3.26
S&P/BVL Consumer	0.63	7%	21%	3.01
S&P/BVL Financials	0.62	8%	23%	3.00
S&P/BVL Industrials	0.89	-11%	22%	-2.07
S&P/BVL Mining	0.85	-16%	24%	-1.54
S&P/BVL Public Services	0.48	12%	18%	1.48
S&P/BVL Construction	0.80	-8%	22%	-2.73
S&P/BVL Electric companies	0.39	11%	13%	1.15
S&P/BVL Juniors	1.20	-39%	42%	-1.08
CORAREC1	0.65	-42%	36%	-0.85
ALICORC1	0.76	-1%	26%	-28.34
AIHC1	0.08	-20%	20%	-0.97
AUSTRAC1	0.99	32%	114%	3.54
CONTINC1	0.75	-14%	27%	-1.98
CPACASC1	0.77	-9%	28%	-2.97

ATACOBC1	1.32	-46%	165%	-3.59
BVN	0.92	-34%	42%	-1.22
CORAREI1	1.31	-47%	45%	-0.95
BAP	0.67	3%	27%	8.25
EDEGELC1	0.80	13%	28%	2.08
EDELNOC1	0.59	9%	22%	2.50
CASAGRC1	1.13	-26%	39%	-1.46
ENERSUC1	0.05	-21%	48%	-2.32
FERREYC1	1.08	-25%	34%	-1.39
GRAMONC1	0.83	-8%	28%	-3.67
INRETC1	0.19	-13%	18%	-1.44
IFS	0.58	-4%	25%	-5.96
INVCENC1	0.03	4%	12%	3.22
LUSURC1	0.54	10%	21%	2.06
MIRL	0.73	-61%	168%	-2.73
MILPOC1	0.99	-25%	35%	-1.43
MINSURI1	1.21	-28%	36%	-1.26
PML	1.05	-27%	166%	-6.13
EXALMC1	-0.01	-31%	27%	-0.88
POMALCC1	0.35	-27%	159%	-5.80
RELAPAC1	1.14	-48%	165%	-3.41
SIDERC1	1.28	-52%	52%	-0.99
CVERDEC1	1.06	-19%	33%	-1.73
BROCALC1	0.77	-44%	35%	-0.80
SCCO	0.78	-6%	32%	-5.65
TV	1.08	-19%	52%	-2.76
BACKUSI1	0.01	15%	16%	1.07
UNACEMC1	0.93	-5%	32%	-5.99
VOLCABC1	1.28	-39%	40%	-1.01

*Los valores aproximados a la unidad porcentual.

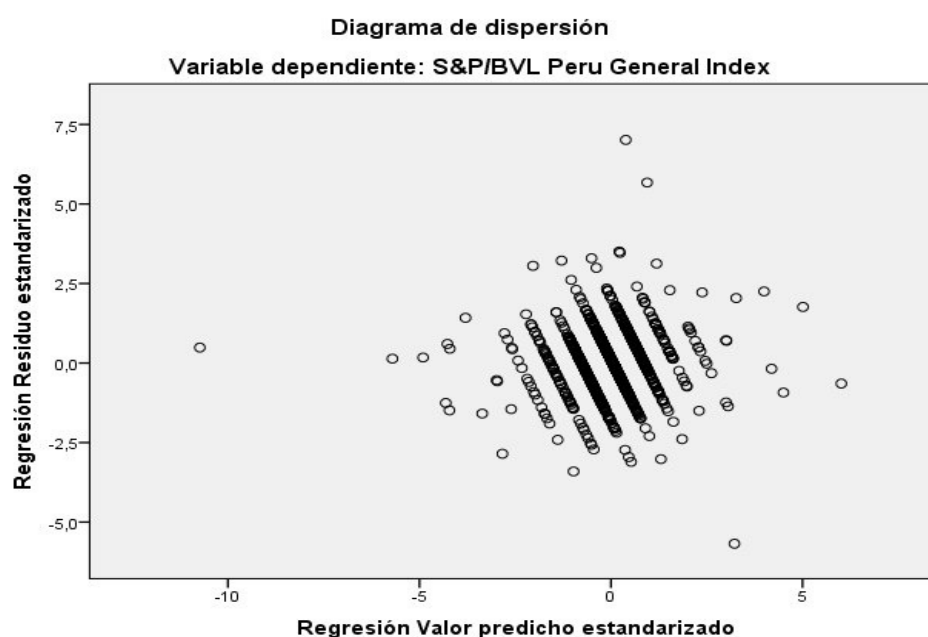
Fuente. Elaboración propia en MS EXCEL

4.3 Análisis de Heterocedasticidad en el S&P/BVL General Index

Al tratarse de series financieras es frecuente considerar la presencia de una propiedad de la varianza denominada heterocedasticidad, que señala que la varianza no es constante a lo largo de las observaciones, ante ello se propone identificar mediante el método gráfico si existe heterocedasticidad respecto a la variable dependiente principal índice S&P/BVL General Index y las acciones que lo conforman, mediante una regresión múltiple por método paso a paso realizado en SPSS.

El resultado obtenido se muestra en el gráfico 4.6, con ello se evidencia utilizando el método gráfico de residuos, la propiedad de la varianza en las series financieras del índice S&P/BVL General Index, donde se presentan los residuos respecto a la variable de la que se sospecha que causa la heterocedasticidad. Al observar el gráfico 4.6 se confirma tal hipótesis; de la existencia de heterocedasticidad.

Gráfico 4.6 Residuos respecto a valores predichos



Fuente. Elaboración propia en SPSS

Esta validación de la hipótesis da lugar a proponer una forma para el cálculo del riesgo mediante una metodología complementaria denominada EWMA o de promedio móvil ponderado exponencialmente que permite asignar un mayor peso a los datos más recientes, dado que permite construir con mayor precisión estimaciones del riesgo en períodos de menor a mayor volatilidad o viceversa, lo que hace que el modelo propuesto de Markowitz se ajuste más a la realidad actual del mercado bursátil peruano.

4.4 Rentabilidad de índices y acciones S&P/BVL General Index

En primera instancia, se elabora una base en Excel de cotizaciones diarias de menor antigüedad hasta el dato más reciente, que inicia el 03 de enero 2011 hasta el 19 de junio del 2015, para las 35 acciones que pertenecen al S&P/BVL General Index y los índices que son expresados en puntos.

En una segunda etapa, se procede a calcular los rendimientos diarios por medio del logaritmo natural del precios actual y el precio anterior, y no una variación simple, esto debido a que el logaritmo natural permite trabajar con rendimientos compuestos, que es característico de una inversión a largo plazo dado un inversionista que considera un horizonte de inversión prologando para el recupero de sus inversiones al comprar o vender acciones en la Bolsa de Valores de Lima.

El cálculo es detallado en apartado teórico, y mostrado a continuación en el gráfico 4.7, que muestra el cálculo de las rentabilidades de índices bursátiles principales, sectoriales y acciones que componen el índice S&P/BVL Peru General Index.

Gráfico 4.7 Rentabilidad de índices y acciones

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1																							
2																							
3		FECHA	Peru Gen	Peru Sel	Lima 25	Corporate	EBVL Const	BVL Finan	BVL Indust	BVL Min	BVL Public	BVL Constr	BVL Electric	BVL Jun	COPAREC	ALCOPEC	AHC	AUSTRAC	CONTING	CPACAS	ATACOB	BVN	COPAREC
4	INICIO	03/01/2011	-0.67%	-0.67%	-1.04%	-0.65%	0.28%	-1.38%	0.36%	-2.08%	0.73%	0.87%	-0.30%	-1.84%	1.16%	0.00%		-2.67%	0.00%	0.31%	-0.66%	-4.33%	0.59%
5		04/01/2011	0.02%	-0.11%	0.38%	-0.12%	0.62%	-0.20%	0.05%	0.07%	-1.08%	0.00%	-0.23%	-3.57%	2.28%	0.00%		-2.74%	-1.23%	-0.91%	-1.38%	0.24%	1.46%
6		05/01/2011	-0.81%	-1.04%	-0.39%	-0.89%	0.69%	0.04%	0.02%	-2.37%	3.37%	0.15%	-0.61%	-2.89%	1.40%	0.00%		-2.82%	-1.31%	-0.26%	-2.02%	-2.78%	1.44%
7		06/01/2011	-1.63%	-1.80%	-1.95%	-0.78%	-1.30%	-4.13%	-0.25%	-1.40%	-0.61%	-0.19%	-0.63%	-2.03%	0.00%	-1.92%		0.00%	-1.32%	-1.05%	-2.76%	0.58%	0.00%
8		07/01/2011	-1.88%	-2.02%	-2.42%	-2.16%	-0.86%	-2.52%	-1.75%	-2.19%	-0.02%	-1.93%	-0.07%	5.65%	-2.25%	-0.49%		2.82%	-4.08%	-3.37%	-4.29%	-2.30%	-2.02%
9		10/01/2011	0.76%	0.85%	1.10%	-0.13%	0.38%	0.15%	0.41%	1.15%	-0.08%	0.29%	-0.23%	4.96%	0.00%	0.81%		0.00%	0.63%	0.00%	-0.73%	0.45%	0.29%
10		11/01/2011	-0.19%	-0.20%	0.03%	-0.49%	-1.58%	2.02%	0.13%	-0.38%	-0.42%	-0.34%	-1.25%	2.94%	2.25%	-1.73%		-2.82%	0.14%	-2.08%	-0.74%	-1.49%	1.73%
11		12/01/2011	-2.08%	-1.68%	-2.02%	-1.27%	-1.42%	-1.98%	-2.39%	-1.87%	-0.67%	-1.99%	-1.41%	-4.00%	-1.40%	-1.43%		0.00%	3.25%	-3.58%	-0.74%	-1.77%	-2.90%
12		13/01/2011	-1.70%	-1.30%	-1.55%	-2.13%	-0.95%	-0.09%	-2.39%	-1.09%	-1.21%	-2.13%	-1.21%	0.25%	0.00%	-0.84%		0.00%	-3.39%	-4.45%	-2.26%	-1.97%	-1.18%
13		14/01/2011	0.12%	0.17%	0.56%	0.58%	-0.38%	1.74%	-0.02%	0.95%	-0.30%	-0.03%	-0.89%	0.53%	0.00%	0.00%		-5.88%	0.82%	0.75%	1.52%	0.00%	0.00%
14		17/01/2011	1.36%	1.58%	1.28%	1.00%	-0.18%	-0.94%	0.55%	1.36%	0.87%	0.45%	2.00%	1.75%	1.40%	0.00%		2.99%	0.55%	0.00%	0.00%	4.38%	1.18%
15		18/01/2011	0.04%	-0.07%	-0.22%	0.16%	-0.60%	-0.19%	1.15%	-1.59%	0.07%	1.58%	0.79%	-1.82%	0.00%	-0.84%		0.00%	0.00%	0.00%	5.84%	-1.88%	3.18%
16		19/01/2011	-1.93%	-2.23%	-2.27%	-1.63%	-1.45%	-1.07%	-1.12%	-2.67%	-0.63%	-0.74%	1.12%	-4.47%	0.00%	-1.71%		-2.99%	-1.23%	0.90%	-0.71%	-3.96%	-2.31%
17		20/01/2011	-0.25%	-0.45%	-0.07%	-0.29%	0.02%	-0.67%	0.68%	-1.27%	0.36%	0.94%	0.46%	-2.12%	1.38%	0.00%		0.00%	-0.14%	0.59%	-2.17%	-1.67%	0.58%
18		21/01/2011	0.94%	0.74%	0.89%	0.55%	1.51%	0.26%	0.20%	1.21%	0.48%	0.53%	1.37%	2.29%	1.36%	1.71%		0.00%	0.00%	2.20%	-0.73%	1.41%	-0.67%
19		24/01/2011	-0.56%	-0.77%	-0.64%	-0.66%	-0.67%	0.58%	0.75%	-2.07%	-1.44%	0.12%	-0.67%	-4.62%	1.94%	-0.85%		0.00%	0.00%	1.44%	0.00%	-2.20%	0.00%
20		25/01/2011	1.24%	1.52%	1.58%	1.41%	-1.12%	0.45%	4.00%	0.23%	0.32%	-0.50%	2.80%	1.32%	0.00%		0.00%	0.63%	0.14%	1.46%	5.99%	0.00%	
21		26/01/2011	2.23%	0.80%	2.21%	1.78%	3.07%	-1.20%	2.52%	-0.10%	2.27%	1.76%	1.92%	-1.07%	1.31%	4.18%		0.00%	2.03%	4.05%	2.88%	-3.08%	2.31%
22		27/01/2011	0.12%	-0.12%	0.17%	0.87%	-0.10%	-2.70%	1.65%	-0.39%	-0.69%	1.46%	0.87%	0.90%	1.29%	0.00%		0.00%	0.67%	4.68%	0.00%	-0.41%	0.57%
23		28/01/2011	1.57%	0.84%	1.05%	0.24%	2.12%	0.19%	1.66%	0.00%	0.05%	1.13%	-1.58%	0.95%	2.53%	3.23%		2.99%	-0.13%	3.85%	6.81%	-1.28%	2.25%
24		31/01/2011	1.44%	2.67%	2.03%	2.61%	0.17%	3.50%	1.02%	4.49%	0.71%	0.80%	0.89%	2.29%	1.24%	0.00%		-2.99%	1.98%	0.63%	-2.67%	6.99%	-0.56%
25		01/02/2011	0.86%	0.21%	0.84%	1.32%	1.89%	-0.50%	0.39%	0.43%	0.34%	0.90%	-1.31%	-0.52%	0.25%	1.57%		0.00%	1.56%	1.24%	2.01%	-0.50%	0.56%
26		02/02/2011	1.29%	0.67%	1.19%	1.44%	2.29%	-1.56%	1.34%	1.16%	6.79%	1.26%	-0.20%	2.15%	0.98%	3.08%		2.99%	1.79%	3.28%	1.97%	2.77%	1.93%
27		03/02/2011	-0.09%	0.09%	0.14%	0.34%	0.97%	-2.20%	1.74%	-0.99%	-4.78%	1.46%	-0.20%	0.65%	0.00%	1.50%		-2.99%	-1.27%	0.60%	-1.97%	-2.41%	0.00%
28		04/02/2011	0.32%	0.06%	0.15%	0.58%	0.76%	-1.62%	-0.16%	0.85%	2.37%	0.28%	-0.34%	0.82%	0.00%	1.48%		0.00%	0.89%	-0.24%	-1.33%	2.56%	0.54%
29		07/02/2011	-1.22%	-1.16%	-1.49%	-2.09%	-1.07%	0.19%	-2.01%	-1.25%	-0.54%	-1.53%	0.07%	-1.30%	0.00%	-1.63%		0.00%	-2.18%	0.00%	-2.03%	-1.50%	-0.27%
30		08/02/2011	-2.14%	-2.65%	-2.15%	-2.80%	-4.11%	-1.15%	-1.50%	-3.31%	-0.63%	-1.02%	-0.77%	-1.19%	0.00%	-6.01%		0.00%	-1.83%	-3.14%	-1.38%	-5.32%	-2.20%
31		09/02/2011	-0.56%	-1.50%	-0.93%	-1.28%	-1.46%	-3.37%	-1.10%	-1.45%	0.15%	-1.27%	0.47%	1.50%	-0.73%	-2.25%		0.00%	-0.13%	-1.11%	-2.62%	-4.10%	0.00%
32		10/02/2011	-0.39%	0.00%	-0.26%	-0.47%	-0.21%	2.21%	-0.15%	-0.71%	0.00%	-0.18%	0.00%	-0.60%	0.00%	-0.33%		0.00%	0.00%	0.00%	-1.44%	-0.67%	-0.28%
33		11/02/2011	0.99%	1.15%	1.70%	1.78%	1.04%	-1.11%	0.87%	1.94%	-0.67%	0.68%	-0.10%	-0.74%	0.00%	1.78%		0.00%	0.68%	-1.75%	0.77%	2.19%	1.66%

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

De esta forma se obtienen las variaciones porcentuales y con ello se procede a calcular el promedio aritmético diario de los datos u observaciones que ascienden a 1123, luego se multiplica por el año bursátil que consta de 252 días a cada unidad de análisis, lo que da como resultado la siguiente tabla 4.7 una rentabilidad promedio anual para los índices bursátiles y acciones.

Tabla 4.7 Rentabilidad de índices y acciones

INDICE BURSATIL	R ANUAL*
S&P/BVL Peru General Index	-13%
S&P/BVL Peru Select Index	-3%
S&P/BVL Lima 25 Index	-11%
S&P/BVL IBGC Corporate Governance Index	-6%
INDICE SUB-SECTORIAL	R ANUAL*
S&P/BVL Financials	8%
S&P/BVL Industrials	-11%
S&P/BVL Mining	-16%
S&P/BVL Public Services	12%
S&P/BVL Construction	-8%
S&P/BVL Electric companies	11%
S&P/BVL Juniors	-39%

ACCION	R ANUAL *
AIHC1	-20%
AUSTRAC1	32%
CONTINC1	-14%
CPACASC1	-9%
ATACOBC1	-46%
BVN	-34%
CORAREI1	-47%
BAP	3%
EDEGELC1	13%
EDELNOC1	9%
CASAGRC1	-26%
ENERSUC1	-21%
FERREYC1	-25%
GRAMONC1	-8%
INRETC1	-13%
IFS	-4%
INVCENC1	4%
LUSURC1	10%
MIRL	-61%
MILPOC1	-25%
MINSURI1	-28%
PML	-27%
EXALMC1	-31%
POMALCC1	-27%
RELAPAC1	-48%
SIDERC1	-52%
CVERDEC1	-19%
BROCALC1	-44%
SCCO	-6%
TV	-19%
BACKUSI1	15%
UNACEMC1	-5%
VOLCABC1	-39%

*Los valores aproximados a la unidad porcentual.

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

De lo anterior se puede señalar, por ejemplo, que la rentabilidad media anual del S&P/BVL Peru General Index es de 13%, para el sector S&P/BVL Financiero es de 8% y acciones mineras como VOLCABC, MILPOC1, BVN, ha sido de -39%, -25% y -34%, en el período comprendido, respectivamente.

4.5 Tasa de descuento del inversionista

Se calcula la tasa de descuento del inversionista que formará parte del índice de Sharpe, siendo el rendimiento seguro o la tasa libre de riesgo que el inversionista espera recibir de una alternativa de inversión. Esta tasa se calcula mediante la ecuación de CAPM, detallada en el apartado teórico, y que se ha considerado los siguientes valores para su obtención, ver tabla 4.8 a continuación:

Tabla 4.8 La tasa de descuento del inversionista

DESCRIPCION	DATO	DENOTACION
GT5:GOV (05 años)	1.67%	r_{tr}
EMBIG-PERU (mayo 2015)	1.66	r_a
BETA Apalancado (enero 2015)	1.16	β_i
PRIMA por riesgo de mercado	8.45%	$(E(r_m) - r_{tr}) + r_a$

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

La tasa libre de riesgo está representada por los bonos del tesoro americano (EE.UU) extraídos de *Bloomberg Business US Treasury Yields*, en lo concerniente al EMBIG-PERU es proporcionado por el *BCRP-data* del Banco Central de Reserva del Perú, el Beta apalancado fue extraído de *Betas by Sector (US)* por sector (industria) mercado americano. Finalmente, la prima por riesgo de mercado considerada es de 8.45% cifra sugerida por Berk y De Marzo (Lira Briceño, 2012)

Con ello se procede a calcular la tasa de descuento del inversionista por la ecuación del CAPM cuya expresión matemática está denotada por:

$$COK(r_i) = r_{tr} + \beta_i(E(r_m) - r_{tr}) + r_a$$

Al reemplazar, se obtiene un valor de 1.77%. De lo mencionado anteriormente, se requiere ajustar la tasa de descuento para flujos al

percibirlos en moneda local dado que la inversión se realiza en soles y también retornará en soles, con lo cual se toma en consideración las previsiones de inflación de las economías en cuestión (Lira Briceño, 2012).

$$\text{COK(en S/.)} = 1.77\% \times \frac{(1 + 3.54\%)}{(1 + (-0.04\%))}$$

$$\text{COK(en S/.)} = 1.84\%$$

Con los datos anteriormente señalados es posible calcular la tasa de descuento, por tanto un inversionista en el Perú espera ganar no menos del 1.84% en soles corrientes al invertir en la Bolsa de Valores de Lima.

4.6 Riesgo según modelo de Markowitz con metodología EWMA

4.6.1 Matriz de desviaciones

Para el cálculo de la volatilidad por EWMA se inicia con el procesamiento de la volatilidad del precio de renta variable, siendo las acciones del S&P/BVL Peru General Index a las cuales se debe aplicar un factor de decaimiento ó lambda (λ) el cual es optimizado seleccionando la lambda de menor (RMSE) o raíz cuadrada del error cuadrático medio.

Para el cálculo de la volatilidad diaria por medio de la metodología EWMA se determinan las siguientes operaciones según el gráfico 4.8, a seguir:

Gráfico 4.8 Metodología para calcular la volatilidad EWMA

					RMSE=	0.0036762480	Volatilidad=	2.212%	
					λ =	0.979			
		1	2	3	4	5	6	7	8
Obser.	Fecha	CORAREC1	Rend	Rend^2	$\lambda^{(i-1)}$	(3^*4)	Varianza	Desv. Est.	$(3-(6*\lambda))^2$
1	03/01/2011	3.43	-	-	-	-	-	-	-
2	04/01/2011	3.47	1.159%	0.0001344	0.98	0.0001316	0.0000028	0.166%	1.74E-08
3	05/01/2011	3.55	2.279%	0.0005195	0.96	0.0004979	0.0000132	0.364%	2.57E-07
4	06/01/2011	3.6	1.399%	0.0001956	0.94	0.0001835	0.0000171	0.413%	3.20E-08
5	07/01/2011	3.6	0.000%	0.0000000	0.92	0.0000000	0.0000171	0.413%	2.80E-10
6	10/01/2011	3.52	-2.247%	0.0005050	0.90	0.0004541	0.0000266	0.516%	2.29E-07
7	11/01/2011	3.52	0.000%	0.0000000	0.88	0.0000000	0.0000266	0.516%	6.80E-10
8	12/01/2011	3.6	2.247%	0.0005050	0.86	0.0004352	0.0000358	0.598%	2.21E-07
9	13/01/2011	3.55	-1.399%	0.0001956	0.84	0.0001650	0.0000393	0.627%	2.47E-08
10	14/01/2011	3.55	0.000%	0.0000000	0.83	0.0000000	0.0000393	0.627%	1.48E-09
11	17/01/2011	3.55	0.000%	0.0000000	0.81	0.0000000	0.0000393	0.627%	1.48E-09
12	18/01/2011	3.6	1.399%	0.0001956	0.79	0.0001548	0.0000425	0.652%	2.37E-08
13	19/01/2011	3.6	0.00%	0.0000000	0.77	0.0000000	0.0000425	0.652%	1.73E-09
14	20/01/2011	3.6	0.00%	0.0000000	0.76	0.0000000	0.0000425	0.652%	1.73E-09
15	21/01/2011	3.65	1.38%	0.0001903	0.74	0.0001413	0.0000455	0.674%	2.12E-08
16	24/01/2011	3.7	1.36%	0.0001851	0.73	0.0001346	0.0000483	0.695%	1.90E-08
17	25/01/2011	3.75	1.34%	0.0001802	0.71	0.0001282	0.0000510	0.714%	1.70E-08
18	26/01/2011	3.8	1.32%	0.0001754	0.70	0.0001222	0.0000536	0.732%	1.51E-08

Fuente: BORDA ANGEL, Juan Pablo. Desarrollo del Modelo de Valor en Riesgo en el proyecto de Grado.

Elaboración propia en MS Excel.

El tratamiento de CORAREC1 será idéntico para las demás acciones, solo se pretende mostrar cierto número de observaciones para replicar las operaciones señaladas en cada columna, de manera que sea posible replicarlo en cada unidad de análisis.

En el gráfico 4.8., la columna observación (obser) se refiere a la posición del dato del precio en la serie histórica, el número de datos u observaciones asciende a 1123, ordenados de manera descendente, esto es, del dato de mayor antigüedad al dato más reciente, en la columna fecha se precisa la cotización diaria de cierre de la acción CORAREC1 que inicia el 03 de enero del 2011 al 19 de junio del 2015.

Se tiene una celda de lambda, la cual puede iniciar con un valor base de 0.94 sugerido por Risk Metrics como factor de decaimiento para datos diarios, solo para efectos de cálculo hasta optimizarlo como lo señala (Horasanli & Fidan, 2007).

En el gráfico 4.8, la columna 1, muestra el precio de la acción. La columna 2 señala el rendimiento calculado por logaritmo natural, en relación al precio inmediato anterior. En la columna 3, el rendimiento es elevado al cuadrado. En la columna 4, se utiliza el factor de ponderación, el cual conforme se avance en la serie de tiempo, el resultado de la columna 5 sea cada vez menor.

En la columna 6, se muestra la varianza acumulada de los datos u observaciones ponderadas, es decir, el resultado al considerarse esta expresión matemática propuesta en el apartado teórico. El cual asume que el valor promedio de los rendimientos diarios es igual a cero en los mercados financieros según Jorion, 2000:101 (citado por Horasanli & Fidan, 2007). La desviación estándar de las series al periodo $t+1$ se calcula como sigue:

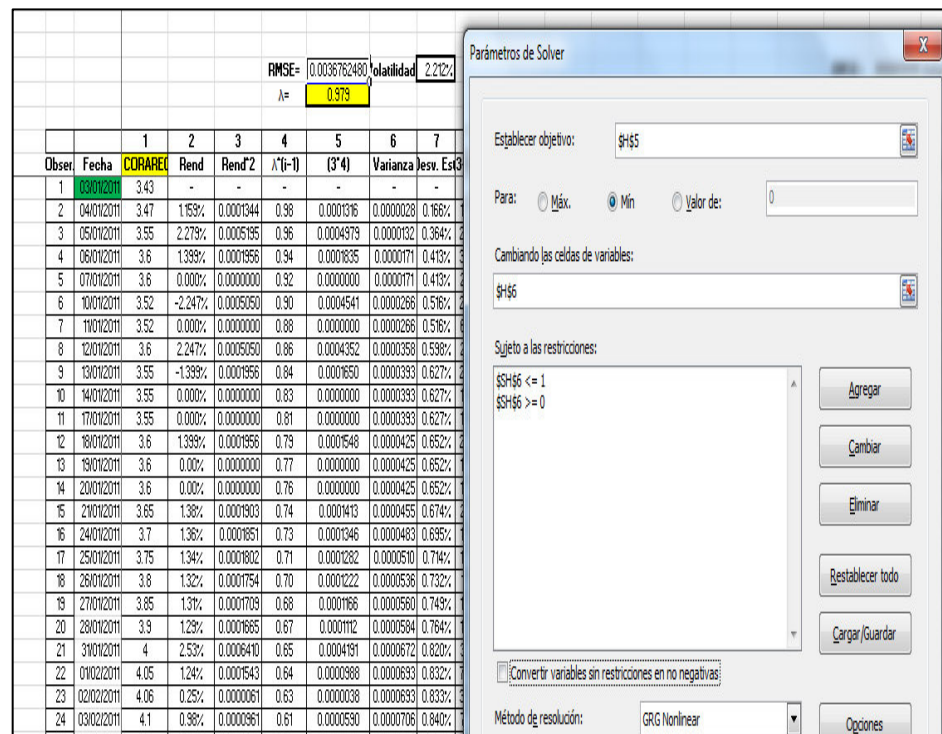
$$\sigma_{1,t+1} = (1 - \lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i r_{t-i}^2$$

Con ello se logra determinar las varianzas en la columna 6, luego se obtiene la desviación estándar, con la raíz cuadrada, que es ubicada en la columna 7, finalmente para optimizar o seleccionar el lambda de menor raíz cuadrada del error cuadrático medio (RMSE) se utiliza la columna 8 como paso previo, siendo necesario para aplicar la siguiente expresión matemática en la casilla RMSE de la hoja Excel.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} X \sum_{t=1}^t [r_{t+1}^2 - \sigma_{t+1,t}^2 x \lambda]^2}$$

Luego del paso anterior, se busca optimizar el RMSE mediante uso de la herramienta Solver en Excel que tiene como función objetivo, la fórmula que describe el RMSE, siendo la función a minimizar. Las restricciones están en función del lambda, el cual debe oscilar en $0 < \lambda < 1$. Como lo detalla el gráfico 4.9 a continuación:

Gráfico 4.9 Ajuste de lambda en el modelo EWMA



Fuente: BORDA ANGEL, Juan Pablo. Desarrollo del Modelo de Valor en Riesgo en el proyecto de Grado.

Elaboración propia en MS Excel.

Una vez realizado el paso anterior, se obtendrá para la serie de precios históricos de CORAREC1, el lambda igual a 0,979. Este valor de lambda se utiliza para hallar la volatilidad dinámica o EWMA en este caso para CORAREC1, y así sucesivamente se

replicará el procedimiento para las 35 acciones del S&P/BVL Peru General Index, con lo cual se obtiene que la volatilidad diaria calculada por metodología EWMA para esta acción sea de 2,212%.

Las lambdas óptimas y volatilidades dinámicas o EWMA son presentadas en la tabla 4.17 del anexo N° 1 de la presente investigación. Para los casos en los que el número de datos u observaciones es menor a 1123, específicamente solo para las acciones AIHC1, INRETC1 y TV de un total de 35 acciones, se ha considerado como observación N°1 a partir de la primera fecha de cotización, siendo 06 de febrero del 2012 para AIHC1, 04 de octubre del 2012 para INRETC1 y 14 de junio de 2011 para TV hasta el 19 de junio de 2015, para estos tres casos. De igual manera, se aplica el procedimiento anterior descrito para obtener las lambdas óptimas y volatilidades dinámicas propuestas.

Al efectuar este procedimiento de forma reiterada para las 35 acciones del S&P/BVL Peru General Index se logra determinar las desviaciones calculadas por metodología EWMA, lo que permitirá elaborar una matriz cuadrada en la cual la diagonal está compuesta por las volatilidades o desviaciones estándar de cada activo del portafolio y los elementos fuera de la diagonal sean ceros, se expresa de la siguiente manera:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{1,1} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_{17,17} & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & \sigma_{35,35} \end{bmatrix}$$

Al utilizar la metodología EWMA en la desviación estándar se busca otorgarle mayor ponderación a las observaciones más recientes, esto implica que a medida que estos datos van convirtiéndose en datos más rezagados de la serie, su relevancia va disminuyendo, con lo que se consigue estimaciones más precisas en momentos de volatilidad.

La matriz diagonal de desviaciones estándar de las 35 acciones que forman parte del S&P/BVL Peru General Index está inicialmente calculada con la volatilidad diaria, motivo por el cual se multiplica por 252 días, que representan el año bursátil, de esta manera se muestra en el siguiente gráfico 4.10 Matriz Diagonal Desviación Estándar-EWMA, mostrado a continuación:

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

4.6.2 Matriz de Varianza-Covarianza

Para el cálculo de la matriz de correlaciones se inicia con el procesamiento de las covarianzas por metodología EWMA, donde cada acción se asocia con cada una de las demás acciones que formarán parte del portafolio, de igual manera se toma la decisión de utilizar el lambda de menor (RMSE) o raíz cuadrada del error cuadrático medio, que resulta de la comparación de los lambdas de menor (RMSE) de cada una de las acciones involucradas, como lo sostiene (Betancourt, García, & Lozano, 2013). Para que ello sea posible, se elabora una base de datos con el precio de las 35 acciones listadas en el S&P/BVL Peru General Index, para el cálculo de las covarianzas se elaboran las siguientes operaciones que son expuestas en el gráfico 4.11 presentado a continuación.

Gráfico 4.11 Metodología para calcular la covarianza por EWMA

		CORAFEC	AUCORCI	AHICI	AUSTRACI																		
COVARIANZA		0.0004984	0.0006329	0.0002621	0.0004422																		
		CORAFEC	AUCORCI	AHICI	AUSTRACI																		
λ=		0.9789759	0.943005	0.967672	0.9789759	Rendimientos				Factor de Ponderación				Operacionalización				Cálculo de la Covarianza EWMA					
		BASE	1	2	3	4	BASE	1	2	3	4	L1	L2	L3	L4	MULT1	MULT2	MULT3	MULT4	1	2	3	4
Obser.	Fecha	CORAFEC	CORAFEC	AUCORCI	AHICI	AUSTRACI	B	R1	R2	RE	R4	1*(1-I)	1*(1-I)	1*(1-I)	1*(1-I)	(B*RM1L)	(B*RM2L)	(B*RM3L)	(B*RM4L)	Covarianza	Covarianza	Covarianza	Covarianza
1	15/01/2011	3.43	3.43	6.3		0.38																	
2	04/02/2011	3.47	3.47	6.3		0.37	1.55%	1.55%	0.000%	#CHVH	-2.667%	0.979	0.943	0.979	0.0001016	0.0000000	-0.0003027	0.0000023	0.0000000				-0.0000694
3	05/02/2011	3.55	3.55	6.3		0.36	2.275%	2.275%	0.000%	#CHVH	-2.740%	0.959	0.889	0.959	0.0004979	0.0000000	-0.0005985	0.0001032	0.0000000				-0.0000189
4	06/02/2011	3.6	3.6	6.3		0.35	1.389%	1.389%	0.000%	#CHVH	-2.867%	0.938	0.839	0.938	0.0008135	0.0000000	-0.0003637	0.0001071	0.0000000				-0.0000267
5	07/02/2011	3.6	3.6	6.18		0.35	0.000%	0.000%	-1.823%	#CHVH	0.000%	0.918	0.791	0.918	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0001071	0.0000000				-0.0000267
6	10/02/2011	3.52	3.52	6.15		0.36	-2.247%	-2.247%	-0.493%	#CHVH	2.817%	0.899	0.746	0.899	0.0004541	0.0000006	-0.0005633	0.0000236	0.0000446				-0.0000387
7	10/02/2011	3.52	3.52	6.2		0.36	0.000%	0.000%	0.810%	#CHVH	0.000%	0.880	0.703	0.880	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000236	0.0000446				-0.0000387
8	12/02/2011	3.6	3.6	6.09		0.35	2.247%	2.247%	-1.790%	#CHVH	-2.867%	0.862	0.663	0.862	0.0004532	-0.0002669	-0.0005456	0.0000359	-0.0000106				-0.0000502
9	13/02/2011	3.55	3.55	6		0.35	-1.389%	-1.389%	-1.489%	#CHVH	0.000%	0.844	0.625	0.844	0.0009501	0.0001032	0.0000000	0.0000333	-0.0000021				-0.0000502
10	14/02/2011	3.55	3.55	5.95		0.35	0.000%	0.000%	-0.337%	#CHVH	0.000%	0.826	0.590	0.826	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000333	-0.0000021				-0.0000502
11	17/02/2011	3.55	3.55	5.85		0.33	0.000%	0.000%	0.000%	#CHVH	-5.084%	0.809	0.556	0.809	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000333	-0.0000021				-0.0000502
12	18/02/2011	3.6	3.6	5.95		0.34	1.389%	1.389%	0.000%	#CHVH	2.985%	0.792	0.524	0.792	0.0005548	0.0000000	0.0000000	0.0000425	-0.0000021				-0.0000432
13	19/02/2011	3.6	3.6	5.9		0.34	0.000%	0.000%	-0.844%	#CHVH	0.000%	0.775	0.495	0.775	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000425	-0.0000021				-0.0000432
14	20/02/2011	3.6	3.6	5.8		0.33	0.000%	0.000%	-1.709%	#CHVH	-2.985%	0.759	0.466	0.759	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000425	-0.0000021				-0.0000432
15	21/02/2011	3.65	3.65	5.8		0.33	1.379%	1.379%	0.000%	#CHVH	0.000%	0.743	0.440	0.743	0.0000413	0.0000000	0.0000000	0.0000495	-0.0000021				-0.0000432
16	24/02/2011	3.7	3.7	5.9		0.33	1.361%	1.361%	1.709%	#CHVH	0.000%	0.727	0.415	0.727	0.0000346	0.0000965	0.0000000	0.0000493	-0.0000024				-0.0000432
17	25/02/2011	3.75	3.75	5.85		0.33	1.342%	1.342%	-0.856%	#CHVH	0.000%	0.712	0.391	0.712	0.0000282	-0.0000447	0.0000000	0.0000501	-0.0000022				-0.0000432
18	26/02/2011	3.8	3.8	5.85		0.33	1.325%	1.325%	0.000%	#CHVH	0.000%	0.697	0.369	0.697	0.0000222	0.0000000	0.0000000	0.0000536	-0.0000022				-0.0000432
19	27/02/2011	3.85	3.85	6.1		0.33	1.307%	1.307%	4.955%	#CHVH	0.000%	0.682	0.349	0.682	0.0000166	0.0000983	0.0000000	0.0000560	-0.0000017				-0.0000432
20	28/02/2011	3.9	3.9	6.1		0.33	1.280%	1.280%	0.000%	#CHVH	0.000%	0.668	0.328	0.668	0.0000112	0.0000000	0.0000000	0.0000594	-0.0000017				-0.0000432
21	3/03/2011	4	4	6.3		0.34	2.532%	2.532%	3.228%	#CHVH	2.985%	0.654	0.309	0.654	0.0000491	0.0002526	0.0000000	0.0000491	-0.0000021				-0.0000238
22	09/03/2011	4.05	4.05	6.3		0.33	1.242%	1.242%	0.000%	#CHVH	-2.985%	0.640	0.282	0.640	0.0000389	0.0000000	-0.0002374	0.0000633	0.0000251				-0.0000378
23	02/03/2011	4.06	4.06	6.4		0.33	0.247%	0.247%	15.79%	#CHVH	0.000%	0.627	0.275	0.627	0.0000038	0.0000107	0.0000000	0.0000633	0.0000257				-0.0000378
24	03/03/2011	4.1	4.1	6.6		0.34	0.980%	0.980%	3.077%	#CHVH	2.985%	0.613	0.259	0.613	0.0000590	0.0000782	0.0000000	0.0000795	0.0000301				-0.0000340
25	04/03/2011	4.1	4.1	6.7		0.33	0.000%	0.000%	15.04%	#CHVH	-2.985%	0.601	0.245	0.601	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000795	0.0000301				-0.0000340
26	07/03/2011	4.1	4.1	6.8		0.33	0.000%	0.000%	1.622%	#CHVH	0.000%	0.588	0.231	0.588	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000795	0.0000301				-0.0000340
27	08/03/2011	4.1	4.1	6.89		0.33	0.000%	0.000%	-1.630%	#CHVH	0.000%	0.576	0.218	0.576	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000795	0.0000301				-0.0000340
28	09/03/2011	4.1	4.1	6.3		0.33	0.000%	0.000%	-0.066%	#CHVH	0.000%	0.563	0.205	0.563	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000795	0.0000301				-0.0000340
29	10/03/2011	4.07	4.07	6.16		0.33	-0.724%	-0.724%	-2.247%	#CHVH	0.000%	0.552	0.193	0.552	0.0000297	0.0000319	0.0000000	0.0000795	0.0000301				-0.0000340

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

El tratamiento de CORAREC1 será idéntico para las demás acciones involucradas, solo se pretende mostrar las operaciones necesarias para replicarlo a cada par de acciones, es decir, tendrá que elaborarse 35 relaciones entre una acción y todas las 35 incluyéndose a sí misma, para determinar la covarianza con cada una de éstas.

En la gráfica 4.11, la columna Obser. se refiere a la posición del dato del precio en la serie histórica, el número de datos u observaciones asciende a 1123 y entre casos es menor específicamente para AIHC1, INRETC1 y TV de un total de 35 acciones, estas observaciones serán ordenadas de manera descendente, esto es, del dato de mayor antigüedad al dato más reciente, en la columna fecha se precisa la cotización diaria de cierre de la acción CORAREC1 que inicia el 03 de enero del 2011 al 19 de junio del 2015.

En la gráfica 4.11, existe la columna Base, en la cual se coloca el precio de la acción que multiplicará a todas las demás incluida así misma, en la columna 1, está hace referencia a la misma acción CORAREC1 y se colocan las 35 acciones con sus respectivos precios históricos de forma sucesiva, solo a modo de ejemplo se colocaron CORAREC1, ALICORC1, AIHC1 y AUSTRAC1.

En la columna Base-B se calcula el rendimiento por logaritmo natural, en relación al precio inmediato anterior de la columna Base, de igual manera se calcula el rendimiento por logaritmo natural para cada una de las acciones representadas por su respectiva columna R1,R2,R3 hasta R35.

Luego, a partir de la columna L1 hasta la L35, se utiliza el factor de ponderación que utiliza el lambda de menor (RMSE)

que resulta de la comparación de los lambdas de menor (RMSE) de cada par de acciones involucrado, el cual conforme se avance en la serie de tiempo, el resultado de la columna MULT1 sea cada vez menor, y así para cada columna MULT. Para comparar la lambda de menor (RMSE) se ha utilizado el siguiente gráfico 4.12 a continuación:

Gráfico 4.12 Lambda comparado por acción de menor (RMSE)

ACCION1	RMSE 1	LAMBA 1	ACCION2	RMSE 2	LAMBA 2	MIN RMSE	LAMBDA FIN
CORAREC1	0.0037	0.9790	CORAREC1	0.0037	0.9790	CORAREC1	0.978975919
CORAREC1	0.0037	0.9790	ALICORC1	0.0010	0.9430	ALICORC1	0.943014959
CORAREC1	0.0037	0.9790	AIHC1	0.0005	0.9977	AIHC1	0.997672035
CORAREC1	0.0037	0.9790	AUSTRAC1	0.1581	0.9985	CORAREC1	0.978975919
CORAREC1	0.0037	0.9790	CONTINC1	0.0017	0.9490	CONTINC1	0.948963672
CORAREC1	0.0037	0.9790	CPACASC1	0.0011	0.8832	CPACASC1	0.883238491
CORAREC1	0.0037	0.9790	ATACOCB1	0.2208	0.9987	CORAREC1	0.978975919
CORAREC1	0.0037	0.9790	BVN	0.0016	0.9511	BVN	0.95106157
CORAREC1	0.0037	0.9790	CORAREI1	0.0037	0.9813	CORAREC1	0.978975919
CORAREC1	0.0037	0.9790	BAP	0.0009	0.7836	BAP	0.783558254
CORAREC1	0.0037	0.9790	EDEGELC1	0.0012	0.8291	EDEGELC1	0.829123687
CORAREC1	0.0037	0.9790	EDELNOC1	0.0010	0.9495	EDELNOC1	0.949538206
CORAREC1	0.0037	0.9790	CASAGRC1	0.0016	0.9971	CASAGRC1	0.997050776
CORAREC1	0.0037	0.9790	ENERSUC1	0.0288	0.9393	CORAREC1	0.978975919
CORAREC1	0.0037	0.9790	FERREYC1	0.0019	0.9438	FERREYC1	0.943776314
CORAREC1	0.0037	0.9790	GRAMONC1	0.0011	0.9664	GRAMONC1	0.966430711
CORAREC1	0.0037	0.9790	INRETC1	0.0005	0.8594	INRETC1	0.859447837
CORAREC1	0.0037	0.9790	IFS	0.0007	0.7598	IFS	0.759797638
CORAREC1	0.0037	0.9790	INVCENC1	0.0003	0.9406	INVCENC1	0.940598229
CORAREC1	0.0037	0.9790	LUSURC1	0.0009	0.9419	LUSURC1	0.941866275

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

Posterior a ello, identificada la serie de lambdas finales señalado en el gráfico 4.12 de esa acción para esas 35 acciones se inserta por completo en la fila de lambda (λ) mostrada en el gráfico 4.11 Metodología para calcular la covarianza por EWMA, de manera que el factor de ponderación pueda utilizar dichos valores para calcular la columna MULT1 en adelante.

En cada columna MULT a partir de MULT1 hasta MULT35 se multiplican ambas rentabilidades, la rentabilidad base que es

fija con cada acción en cuestión, a su vez multiplicada por el factor de ponderación, esto para cada observación.

Finalmente, en la columna Covarianza a partir de covarianza 1 hasta la covarianza 35, mostrada en el gráfico 4.11 Metodología para calcular la covarianza por EWMA, se utiliza la siguiente expresión matemática, ya indicada en el marco teórico del modelo propuesto por Jorion (citado por Horasanli & Fidan, 2007) que calcula el estimador de la varianza asumiendo que valor promedio de los rendimientos es igual a cero, respectivamente:

$$\text{Cov}(r_1, r_2) = (1 - \lambda) \sum_{j=0}^T \lambda^{j-1} r_{1,t}, r_{2,t}$$

Las restricciones están en función del lambda, el cual debe oscilar entre $0 < \lambda < 1$, que afecta directamente al cálculo de la volatilidad. En esta última columna Covarianza, a partir de la columna Covarianza 1 hasta la columna Covarianza 35 es donde se muestra la varianza acumulada de los datos u observaciones ponderadas para cada acción parte del S&P/BVL Peru General Index. Con ello se ha logrado determinar las covarianzas respectivas para cada grupo de acciones con un valor base que en este caso es CORAREC1.

Una vez realizado el paso anterior y considerando a CORAREC1 como primera acción de las 35 que deben tomarse en la columna Base, se obtendrá para la serie de precios históricos de CORAREC1 consigo mismo, una lambda igual a 0,979 y con una covarianza diaria de 0,0004894. Para ALICORC1 una lambda igual a 0.943 y con una covarianza diaria de 0,0000629. Para AIHC1 una lambda igual a 0.997 y

con una covarianza diaria de 0,0000262, y para AUSTRAC1 una lambda igual a 0.978 y con una covarianza diaria de 0,0001422, y así sucesivamente hasta la acción N°35 con CORAREC1 como base, de esta manera se calcula con cada una de las 35 acciones contra todas las demás acciones.

Las covarianzas y lambdas finales de todas las 35 acciones combinadas son presentadas en la tabla 4.18 del Anexo N° 2 de la presente investigación, con estas series de covarianzas y con ayuda de las desviaciones previamente calculadas se elabora la matriz de correlaciones.

Para los casos en los que el número de datos u observaciones es menor a 1123, específicamente solo para las acciones AIHC1, INRETC1 y TV de un total de 35 acciones, se ha considerado en el gráfico 4.11 Metodología para calcular la covarianza por EWMA, lo siguiente:

- Colocar los valores desde la observación N°1 a partir de la primera fecha de cotización, siendo 06 de febrero del 2012 para AIHC1, 04 de octubre del 2012 para INRETC1 y 14 de junio de 2011 para TV hasta el 19 de junio de 2015, para estos tres casos.
- Dado que está automatizada la plantilla en Excel, se inicia con el cálculo de los rendimientos por logaritmo natural a partir de su primera fecha de cotización,
- De igual forma, se empezará a multiplicar automáticamente el facto de ponderación que deberá contar a partir de la observación N°1 para esos tres casos,
- La multiplicación de las rentabilidades (columnas MULT) empezará a partir de cada primera fecha de cotización en adelante, para los tres casos respectivamente y la data anterior a éstos no se tomará en consideración, porque es un evento

que escapa fuera del ámbito de la investigación, propio de la realidad en el mercado bursátil.

- Finalmente, la obtención de las columnas Covarianzas se iniciarán a partir de cada primera fecha de cotización en adelante, acumulándose hasta la fecha de 19 de junio de 2015 para los tres casos únicamente.
- El procedimiento para la obtención de las covarianzas por EWMA es exactamente el mismo aplicado a las otras 32 acciones, con salvedad de las fechas de inicio para estas tres acciones; AIHC1, INRETC1 y TV.

Luego de obtener las covarianzas por EWMA para las 35 acciones listadas en S&P/BVL Peru General Index, se precisa de agruparlas en una matriz denominada varianza-covarianza, que es muy importante en la medición de riesgos de un portafolio.

Es importante señalar que al haber calculado directamente la matriz varianza-covarianza por EWMA con covarianzas diarias estos deben multiplicarse por el año bursátil que consta de 252 días, como se efectuó en la matriz diagonal de desviación estándar, así al obtenerse la matriz varianza-covarianza, pieza fundamental del modelo de Markowitz, solo se necesita validar dicho procesamiento calculando la matriz de correlaciones de forma inversa, es decir:

$$[P_{ij}] = \frac{[cov(r_i, r_j)]}{[\sigma_i][\sigma_j]}$$

Este desarrollo es abordado en el punto de la matriz de correlaciones. De lo concerniente a la matriz varianza-covarianza es preciso indicar su expresión matemática, a saber:

$$[COV_{r_i r_j}] = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & cov(r_1, r_{17}) & \cdots & cov(r_1, r_{35}) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ cov(r_{17}, r_1) & \cdots & \sigma_{17}^2 & \cdots & cov(r_{17}, r_{35}) \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(r_{35}, r_1) & \cdots & cov(r_{35}, r_{17}) & \cdots & \sigma_{35}^2 \end{pmatrix}$$

Donde, la diagonal está compuesta por las varianzas y los elementos fuera de la diagonal por covarianzas. Dicho lo anterior, se muestra a continuación el gráfico 4.13 Matriz de Varianza-Covarianza por EWMA de las 35 acciones del S&P/BVL Peru General Index.

Gráfico 4.13 Matriz de Varianza-Covarianza por EWMA

MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA - EWMA																																							
VAR-COVAR	CORAREC1	AUCORC1	AHNC1	AUSTRAC1	CONTINC1	CPACASC1	ATACORC1	BVN	CORARE1	BAP	EDEGELC1	EDELNOC1	CASAGRC1	ENERSUC1	FERREYC1	GRAMONC1	INRETC1	IFS	INVENC1	LUSURC1	MIRL	MILPOC1	MINSUR1	PML	EXALMC1	POMALCC1	RELAPAC1	SIDERC1	CVERDEC1	BROCALC1	SECO	TV	BACKUS1	UNACEMC1	VOLCABC1				
CORAREC1	12.3%	1.6%	0.7%	3.6%	1.3%	1.9%	9.7%	1.0%	9.5%	0.5%	-0.7%	1.8%	6.5%	0.5%	3.4%	2.9%	0.3%	0.6%	-0.5%	0.9%	4.1%	6.8%	-0.7%	7.8%	-0.8%	6.4%	10.5%	5.0%	5.2%	4.5%	1.4%	1.6%	1.3%	1.8%	6.9%				
AUCORC1	1.6%	6.7%	0.1%	1.9%	2.4%	5.2%	4.5%	2.6%	3.2%	1.8%	3.7%	2.3%	4.8%	-0.6%	4.5%	1.2%	-0.2%	2.0%	0.7%	1.8%	3.3%	2.0%	5.7%	-0.2%	-1.1%	2.5%	3.1%	6.6%	7.8%	4.3%	2.1%	3.2%	0.6%	4.6%	3.2%				
AHNC1	0.7%	0.1%	4.3%	-0.2%	0.4%	0.0%	0.4%	0.1%	0.4%	0.4%	0.5%	0.1%	0.5%	0.0%	0.1%	0.0%	0.2%	0.0%	-0.6%	0.1%	0.0%	0.3%	0.5%	-0.6%	0.5%	0.0%	0.0%	0.1%	0.0%	0.3%	0.2%	0.4%	0.1%	0.4%	0.4%				
AUSTRAC1	3.6%	1.9%	-0.2%	78.2%	0.8%	-0.8%	5.9%	4.2%	11.3%	0.4%	1.2%	1.9%	8.4%	0.7%	1.5%	2.6%	1.3%	-0.3%	0.2%	1.7%	3.6%	8.6%	1.9%	6.2%	-1.1%	3.2%	6.1%	7.5%	6.5%	3.4%	2.1%	2.4%	1.2%	-0.9%	8.0%				
CONTINC1	1.3%	2.4%	0.4%	0.8%	7.4%	3.5%	5.4%	3.6%	2.7%	2.1%	-0.3%	2.4%	7.0%	-0.4%	4.3%	4.1%	0.4%	5.4%	-0.1%	1.4%	2.7%	2.2%	4.5%	-5.5%	-0.6%	-0.2%	2.0%	4.7%	5.8%	4.4%	3.3%	0.0%	1.0%	5.9%	8.6%				
CPACASC1	1.9%	5.2%	0.0%	-0.8%	3.5%	8.6%	5.8%	1.8%	2.7%	1.2%	5.4%	4.2%	5.6%	-0.5%	5.2%	2.0%	-0.2%	4.1%	0.3%	3.5%	2.0%	2.7%	6.6%	-9.3%	-0.7%	2.9%	2.1%	8.6%	7.6%	4.6%	1.6%	3.5%	1.0%	6.9%	3.0%				
ATACORC1	9.7%	4.5%	0.4%	5.9%	5.4%	5.8%	128.7%	3.5%	18.2%	4.4%	3.6%	4.0%	11.8%	-1.3%	6.8%	6.0%	2.9%	6.9%	-0.2%	2.5%	106.5%	12.2%	8.0%	110.3%	-1.1%	46.4%	112.0%	15.1%	9.2%	9.4%	2.9%	3.3%	1.4%	6.7%	13.7%				
BVN	1.0%	2.6%	0.1%	4.2%	3.6%	1.8%	3.5%	17.8%	2.1%	4.4%	0.4%	-0.5%	7.2%	2.2%	3.5%	2.2%	3.6%	3.3%	0.5%	1.4%	5.2%	2.8%	2.9%	2.3%	0.0%	1.8%	3.6%	4.9%	4.7%	5.9%	7.9%	2.2%	0.3%	4.1%	5.4%				
CORARE1	9.5%	3.2%	0.4%	11.3%	2.7%	2.7%	18.2%	2.1%	19.6%	1.1%	1.5%	2.6%	11.7%	0.6%	6.1%	5.4%	2.0%	0.9%	-0.5%	1.9%	10.4%	11.8%	0.3%	16.7%	-0.8%	10.1%	19.1%	12.0%	9.3%	7.7%	2.1%	3.9%	1.1%	2.4%	11.9%				
BAP	0.5%	1.8%	0.4%	0.4%	2.1%	1.2%	4.4%	4.4%	1.1%	9.1%	2.4%	1.6%	-1.8%	-0.1%	1.4%	-1.1%	0.6%	4.7%	-0.8%	-0.3%	3.3%	1.4%	6.6%	4.8%	0.1%	5.7%	2.2%	0.8%	11.4%	3.8%	5.2%	-0.4%	0.5%	4.5%	3.3%				
EDEGELC1	-0.7%	3.7%	0.5%	1.2%	-0.3%	5.4%	3.6%	0.4%	1.5%	2.4%	9.2%	4.2%	1.8%	-1.4%	1.9%	4.7%	0.6%	1.7%	0.9%	5.2%	1.0%	1.2%	4.1%	0.5%	-0.6%	4.1%	0.2%	7.9%	3.4%	2.8%	0.6%	-0.3%	1.4%	2.8%	0.7%				
EDELNOC1	1.8%	2.3%	0.1%	1.9%	2.4%	4.2%	4.0%	-0.5%	2.6%	1.6%	4.2%	4.7%	2.1%	-0.4%	3.6%	1.3%	0.3%	2.0%	0.0%	2.3%	1.7%	1.8%	4.6%	1.6%	-1.1%	0.8%	2.7%	3.8%	4.5%	3.1%	0.9%	-1.6%	0.5%	4.8%	2.4%				
CASAGRC1	6.5%	4.8%	0.5%	8.4%	7.0%	5.6%	11.8%	7.2%	11.7%	-1.8%	1.8%	2.1%	16.3%	0.8%	9.8%	4.4%	1.0%	0.5%	0.8%	3.8%	7.6%	7.7%	-2.6%	11.2%	-0.5%	8.0%	12.2%	11.6%	7.6%	8.1%	3.5%	3.3%	1.4%	5.3%	10.1%				
ENERSUC1	0.5%	-0.6%	0.0%	0.7%	-0.4%	-0.5%	-1.3%	2.2%	0.6%	-0.1%	-1.4%	-0.4%	0.8%	3.9%	-0.5%	0.3%	0.1%	0.3%	0.0%	0.3%	0.1%	1.0%	1.5%	-0.3%	-0.1%	2.0%	0.0%	0.5%	0.7%	0.9%	0.9%	0.1%	-0.2%	-0.3%	1.1%				
FERREYC1	3.4%	4.5%	0.1%	1.5%	4.3%	5.2%	6.8%	3.5%	6.1%	1.4%	1.9%	3.6%	9.8%	-0.5%	11.9%	5.8%	1.7%	1.5%	0.2%	2.0%	2.4%	3.1%	2.2%	1.8%	-0.4%	0.8%	6.6%	11.1%	8.4%	9.5%	3.2%	2.8%	1.5%	5.0%	12.5%				
GRAMONC1	2.9%	1.2%	0.0%	2.6%	4.1%	2.0%	6.0%	2.2%	5.4%	-1.1%	4.7%	1.3%	4.4%	0.3%	5.8%	7.6%	0.6%	0.9%	0.6%	1.3%	1.4%	4.0%	6.0%	3.6%	-0.3%	1.1%	5.5%	6.9%	5.0%	4.5%	1.3%	5.7%	0.9%	3.4%	3.7%				
INRETC1	0.4%	-0.2%	0.2%	1.5%	0.4%	-0.1%	3.4%	3.9%	2.2%	0.8%	0.6%	0.3%	1.1%	0.1%	2.1%	0.6%	3.9%	0.2%	0.1%	0.3%	0.5%	0.4%	0.2%	0.7%	-1.6%	-0.2%	0.3%	-0.1%	0.2%	0.4%	0.0%	0.2%	-0.1%	-0.5%	0.1%				
IFS	0.6%	2.0%	0.0%	-0.3%	5.4%	4.1%	6.9%	3.3%	0.9%	4.7%	1.7%	2.0%	0.5%	0.3%	1.5%	0.9%	0.0%	8.0%	0.0%	0.5%	2.8%	2.3%	8.3%	-8.7%	-0.4%	0.7%	0.1%	2.5%	11.6%	4.2%	4.6%	-0.6%	0.1%	5.8%	3.2%				
INVENC1	-0.5%	0.7%	-0.6%	0.2%	-0.1%	0.3%	-0.2%	0.5%	-0.5%	-0.8%	0.9%	0.0%	0.8%	0.0%	0.2%	0.6%	0.1%	0.0%	1.6%	0.7%	-0.3%	0.1%	0.5%	-2.0%	0.0%	0.5%	-1.3%	1.6%	-0.5%	0.3%	0.3%	0.1%	0.0%	0.2%	0.4%				
LUSURC1	0.9%	1.8%	0.1%	1.7%	1.4%	3.5%	2.5%	1.4%	1.9%	-0.3%	5.2%	2.3%	3.8%	0.3%	2.0%	1.3%	0.2%	0.5%	0.7%	4.3%	1.4%	1.6%	2.8%	-0.6%	-1.1%	2.6%	1.1%	5.3%	1.6%	3.1%	-0.2%	-0.1%	0.7%	3.3%	1.9%				
MIRL	4.1%	3.3%	0.0%	3.6%	2.7%	2.0%	106.5%	5.2%	10.4%	3.3%	1.0%	1.7%	7.6%	0.1%	2.4%	1.4%	0.4%	2.8%	-0.3%	1.4%	130.0%	9.0%	2.7%	110.2%	0.7%	45.2%	104.9%	6.5%	5.3%	7.2%	2.9%	4.0%	1.3%	4.1%	8.8%				
MILPOC1	6.8%	2.0%	0.3%	8.6%	2.2%	2.7%	12.2%	2.8%	11.8%	1.4%	1.2%	1.8%	7.7%	1.0%	3.1%	4.0%	0.4%	2.3%	0.1%	1.6%	9.0%	11.8%	1.9%	11.4%	-0.3%	5.8%	11.5%	12.9%	6.5%	4.6%	2.6%	2.7%	0.5%	2.3%	7.8%				
MINSUR1	-0.7%	5.7%	0.5%	1.9%	4.5%	6.6%	8.0%	2.9%	0.3%	6.6%	4.1%	4.6%	-2.6%	1.5%	2.2%	6.0%	0.1%	8.3%	0.5%	2.8%	2.7%	1.9%	16.6%	-1.5%	-0.4%	-3.8%	-0.2%	3.3%	8.8%	6.0%	4.6%	2.4%	1.8%	4.9%	3.0%				
PML	7.8%	-0.2%	-0.6%	6.2%	-5.5%	-9.3%	110.3%	2.3%	16.7%	4.8%	0.5%	1.6%	11.2%	-0.3%	1.8%	3.6%	0.6%	-8.7%	-2.0%	-0.6%	110.2%	11.4%	-1.5%	68.4%	-0.3%	7.8%	109.9%	2.0%	8.5%	5.4%	4.8%	6.6%	2.6%	-8.8%	10.9%				
EXALMC1	-0.8%	-1.1%	0.5%	-1.1%	-0.6%	-0.7%	-1.1%	0.0%	-0.8%	0.1%	-0.6%	-1.1%	-0.5%	-0.1%	-0.4%	-0.3%	-1.4%	-0.4%	0.0%	-1.1%	0.7%	-0.3%	-0.4%	-0.3%	5.5%	0.0%	-0.9%	-0.9%	-0.3%	-1.4%	0.2%	0.6%	0.0%	-0.4%	-0.4%				
POMALCC1	6.4%	2.5%	0.0%	3.2%	-0.2%	2.9%	46.4%	1.8%	10.1%	5.7%	4.1%	0.8%	8.0%	2.0%	0.8%	1.1%	-0.2%	0.7%	0.5%	2.6%	45.2%	5.8%	-3.8%	7.8%	0.0%	57.5%	45.9%	6.7%	4.3%	4.8%	-1.1%	0.7%	0.4%	6.4%	7.7%				
RELAPAC1	10.5%	3.1%	0.0%	6.1%	2.0%	2.1%	112.0%	3.6%	19.1%	2.2%	0.2%	2.7%	12.2%	0.0%	6.6%	5.5%	0.1%	0.1%	-1.3%	1.1%	104.9%	11.5%	-0.2%	109.9%	-0.9%	45.9%	133.2%	9.9%	9.8%	7.5%	3.3%	2.4%	1.3%	1.3%	13.1%				
SIDERC1	5.0%	6.6%	0.1%	7.5%	4.7%	8.6%	15.1%	4.9%	12.0%	0.8%	7.9%	3.8%	11.6%	0.5%	11.1%	6.9%	-0.1%	2.5%	1.6%	5.3%	6.5%	12.9%	3.3%	2.0%	-0.9%	6.7%	9.9%	26.5%	8.8%	11.3%	2.0%	4.7%	1.6%	7.2%	14.9%				
CVERDEC1	5.2%	7.8%	0.0%	6.5%	5.8%	7.6%	9.2%	4.7%	9.3%	11.4%	3.4%	4.5%	7.6%	0.7%	8.4%	5.0%	0.2%	11.6%	-0.5%	1.6%	5.3%	6.5%	8.8%	8.5%	-0.3%	4.3%	9.8%	8.8%	12.5%	6.4%	8.2%	3.4%	1.2%	7.5%	7.8%				
BROCALC1	4.5%	4.3%	0.3%	3.4%	4.4%	4.6%	9.4%	5.9%	7.7%	3.8%	2.8%	3.1%	8.1%	0.9%	9.5%	4.5%	0.3%	4.2%	0.3%	3.1%	7.2%	4.6%	6.0%	5.4%	-1.4%	4.8%	7.5%	11.3%	6.4%	12.2%	3.4%	1.4%	1.8%	5.7%	11.1%				
SECO	1.4%	2.1%	0.2%	2.1%	3.3%	1.6%	2.9%	7.9%	2.1%	5.2%	0.6%	0.9%	3.5%	0.9%	3.2%	1.3%	0.0%	4.6%	0.3%	-0.2%	2.9%	2.6%	4.6%	4.8%	0.2%	-1.1%	3.3%	2.0%	8.2%	3.4%	10.1%	3.1%	-0.5%	3.4%	3.6%				
TV	1.6%	3.3%	0.4%	2.4%	0.0%	3.9%	3.3%	2.3%	3.9%	-0.7%	-0.6%	-1.7%	3.3%	0.1%	2.9%	5.9%	0.1%	-1.0%	0.1%	-0.1%	4.0%	2.7%	2.7%	6.7%	0.6%	0.7%	2.4%	4.7%	3.4%	1.5%	3.2%	30.0%	0.9%	4.8%	7.1%				
BACKUS1	1.3%	0.6%	0.1%	1.2%	1.0%	1.0%	1.4%	0.3%	1.1%	0.5%	1.4%	0.5%	1.4%	-0.2%	1.5%	0.9%	-0.1%	0.1%	0.0%	0.7%	1.3%	0.5%	1.8%	2.6%	0.0%	0.4%	1.3%	1.6%	1.2%	1.8%	-0.5%	0.8%	3.6%	1.1%	0.9%				
UNACEMC1	1.8%	4.6%	0.4%	-0.9%	5.9%	6.9%	6.7%	4.1%	2.4%	4.5%	2.8%	4.8%	5.3%	-0.3%	5.0%	3.4%	-0.5%	5.8%	0.2%	3.3%	4.1%	2.3%	4.9%	-8.8%	-0.4%	6.4%	1.3%	7.2%	7.5%	5.7%	3.4%	4.2%	1.1%	11.5%	4.4%				
VOLCABC1	6.9%	3.2%	0.4%	8.0%	8.6%	3.0%	13.7%	5.4%	11.9%	3.3%	0.7%	2.4%	10.1%	1.1%	12.5%	3.7%	0.0%	3.2%	0.4%	1.9%	8.8%	7.8%	3.0%	10.9%	-0.4%	7.7%	13.1%	14.9%	7.8%	11.1%	3.6%	6.9%	0.9%	4.4%	15.1%				

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

4.6.1 Matriz de Correlaciones

La matriz de correlaciones se encuentra denotada por P_{ij} . La diagonal de la matriz está conformada por unos, puesto que la correlación de un mismo valor contra sí mismo es igual a 1, y los elementos fuera de la diagonal se les conoce como coeficientes de correlación, que se obtienen mediante la siguiente expresión matemática:

$$[P_{ij}] = \frac{[cov(r_i, r_j)]}{[\sigma_i][\sigma_j]},$$

Dónde: $[P_{ij}]$ es la matriz de correlaciones, $[COV_{r_i r_j}]$ es la matriz de varianza-covarianza, $[\sigma_i]$ es la desviación estándar del activo i, $[\sigma_j]$ es la desviación estándar del activo j.

$$\text{Matriz de correlación, } P_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & p_{1,17} & \cdots & p_{1,35} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ p_{17,1} & \cdots & 1 & \cdots & p_{17,35} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{35,1} & \cdots & p_{35,17} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

La matriz de correlaciones $[P_{ij}]$ es calculada con la siguiente expresión matemática:

$$[P_{ij}] = \begin{pmatrix} \frac{cov(r_1, r_1)}{\sigma_1 \sigma_1} & \dots & \frac{cov(r_1, r_{17})}{\sigma_1 \sigma_{17}} & \dots & \frac{cov(r_1, r_{35})}{\sigma_1 \sigma_{35}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{cov(r_{17}, r_1)}{\sigma_{17} \sigma_1} & \dots & \frac{cov(r_{17}, r_{17})}{\sigma_{17} \sigma_{17}} & \dots & \frac{cov(r_{17}, r_{35})}{\sigma_{17} \sigma_{35}} \\ \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{cov(r_{35}, r_1)}{\sigma_{35} \sigma_1} & \dots & \frac{cov(r_{17}, r_1)}{\sigma_{35} \sigma_{17}} & \dots & \frac{cov(r_{35}, r_{35})}{\sigma_{35} \sigma_{35}} \end{pmatrix}$$

Para calcular esta matriz en Excel se procede según la expresión matemática anteriormente propuesta. A continuación, se muestra el gráfico 4.14 la Matriz de Correlaciones para las 35 acciones listadas en el índice bursátil S&P/BVL General Index.

Gráfico 4.14 Matriz de Correlaciones

MATRIZ DE CORRELACIONES - EWMA																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
--------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

4.7 Análisis comparativo e interpretación de portafolios

El modelo de Markowitz al construir portafolios eficientes se sostiene sobre la base de dos variables; la rentabilidad promedio histórica y la desviación estándar típica, esta última calculada con la metodología EWMA, buscando la mejor combinación riesgo-rendimiento dado un perfil definido del inversionista, lo que se ve reflejado finalmente en la asignación de pesos relativos dentro del portafolio, es decir, indica el porcentaje que se debe destinar, en este caso, en cada acción para lograr dicha combinación de riesgo-rendimiento.

Para lograr tal cometido se ha elaborado una plantilla automatizada en Excel que permite establecer los “n” portafolios deseables por el inversionista, los cuales pueden ser; de mínimo riesgo, mínimo retorno, máximo retorno, portafolio tangente o de Sharpe y “n” portafolios eficientes, considerando una tasa libre de riesgo de 1.84% en soles corrientes, calculada en la Tabla 4.8, para hallar dichos portafolios se deben tomar en cuenta ciertas restricciones comunes a todos los portafolios y que son propias del modelo de Markowitz:

- No se permiten operaciones apalancadas, por tanto, la suma de pesos debe ser igual a 1; $\sum_{i=1}^n \omega_I = 1$, y
- Las ventas en corto no son permitidas, por tanto, los pesos deben ser mayores o iguales a cero; $\omega_I \geq 0$.

Posterior a ello, se adicionan determinadas restricciones particulares para construir cada portafolio, que han sido señaladas a detalle en las bases teóricas de la presente investigación, lo que da lugar a portafolios diversos. Se utiliza la herramienta Solver para optimizar la función objetivo y así determinar la composición o asignación de pesos relativos en el portafolio.

Previo al procesamiento para la construcción de portafolios, cuya data fue obtenida de las rentabilidades promedio anuales, las matrices de desviación estándar, correlación y de varianza-covarianza, se define lo siguiente en la plantilla automatizada de Excel:

La celda R PORTAFOLIO: está definida por la multiplicación de los pesos relativos de cada acción que son representadas inicialmente como iguales, es decir, con un peso relativo de 2.85% para las 35 acciones listadas de un 100%, multiplicada por la rentabilidad promedio anual que genera cada una, obteniéndose la suma de esos productos.

La celda VARIANZA PORT: está definida por el producto de dos matrices cuya matriz transpuesta son los pesos relativos de las 35 acciones listadas multiplicado por la matriz de correlaciones por EWMA y todo lo anterior, multiplicado nuevamente por los pesos relativos de las 35 acciones.

La celda DESVET (SD) es la raíz cuadrada de la celda VARIANZA PORT.

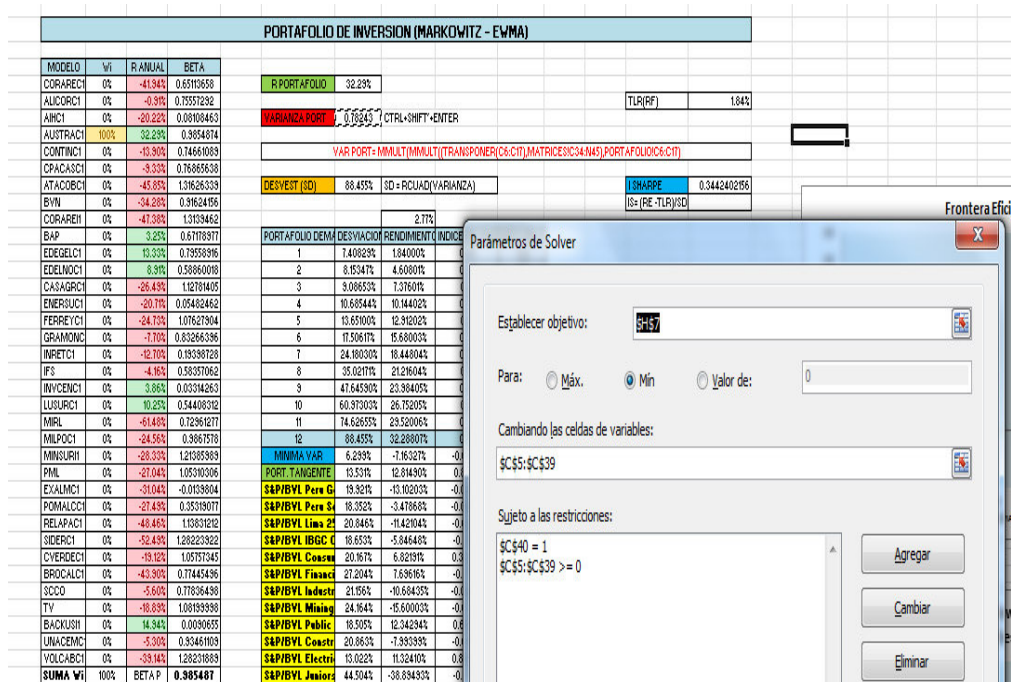
Para construir la curva de portafolios eficientes se debe tomar un parámetro para elegir el rendimiento deseado, en esta investigación se utiliza un margen de 2.77% entre cada portafolio, que inicia con una tasa libre de riesgo de 1.84% y asciende a una tasa final de 32.28% como la rentabilidad máxima posible, este margen está dado por la diferencia entre la tasa final e inicial dividida entre el número de intervalos. De esta manera se establecen las rentabilidades fijas que están asociadas a un nivel de riesgo e índice de Sharpe a estimar.

Finalmente, se considera útil para la medición o comparación de los desempeños de los portafolios contruidos el ratio de Sharpe, que es una medida para analizar el rendimiento de una inversión, según el riesgo que suponga esa inversión, a mayor ratio de Sharpe mayor

éxito en la inversión, éste forma parte de los ratios que calculan la rentabilidad ajustad por riesgo .

A. Portafolio de mínimo riesgo

Gráfico 4.15 Portafolio Min. Varianza N°14



Fuente. Elaboración propia en MS Excel

Para calcular el mínimo riesgo en el gráfico 4.15 Portafolio Min. Varianza N°14, con Solver se busca minimizar la varianza o VARIANZA PORT para obtener el portafolio de mínimo riesgo, tomando las restricciones comunes propias y particulares del modelo, da como resultado el portafolio N°14 con rentabilidad promedio anual de -2,63% y con un riesgo anualizado de 6.58%, con un ratio de Sharpe de -0.002, menor a la tasa libre de riesgo.

B. Portafolio de máximo retorno N°12

Para calcular el máximo retorno o rendimiento se muestra en el gráfico 4.16 Portafolio de Inversión Markowitz-EWMA, con Solver se busca maximizar la celda rentabilidad o R portafolio, para obtener el

portafolio de máximo retorno, tomando las restricciones comunes propias y particulares del modelo, da como resultado el portafolio N°12 con rentabilidad promedio anual de 32,29% y con un riesgo anualizado de 88.46%.

De forma contraria, para el portafolio de mínimo retorno N° 1, se tiene que la rentabilidad media anual es 1.84% y con un riesgo de 7.41%. Los ratios de Sharpe son 0.34% y 0.0002% sobre la tasa libre de riesgo, respectivamente.

Gráfico 4.16 Portafolio Max. Retorno N°12

PORTAFOLIO DE INVERSION (MARKOWITZ - EWMA)

MODELO	Wt	R ANUAL	BETA
CORARECI	0%	-41.94%	0.65103658
AUCORCI	0%	-0.9%	0.7557282
AMCI	0%	-20.22%	0.08109463
AUSTRACI	100%	32.29%	0.3654874
CONTNICI	0%	-13.30%	0.74661089
CPACASCI	0%	-3.33%	0.76865638
ATACOBICI	0%	-45.65%	1.16626539
BYN	0%	-34.28%	0.91624156
CORAREII	0%	-47.38%	1.31934662
BAP	0%	3.25%	0.67103877
EDGEELCI	0%	13.33%	0.73553916
EDELINOCICI	0%	8.3%	0.58860018
CASAGRICI	0%	-26.43%	1.12781405
ENERSUICI	0%	-20.71%	0.05482462
FERRREYCI	0%	-24.73%	1.07627804
GRAMONCI	0%	-7.70%	0.83266536
INRETCICI	0%	-42.71%	0.19338128
IFS	0%	-4.16%	0.58357062
INVCEVICICI	0%	3.86%	0.03394263
LUSURCI	0%	10.25%	0.54408312
MIRI	0%	-61.44%	0.72861277
MIPOCI	0%	-24.56%	0.366778
MINISURCI	0%	-28.33%	1.21385369
PML	0%	-27.04%	1.0530306
EXALMCI	0%	-31.04%	-0.0138004
POMALCCI	0%	-27.43%	0.35319077
RELAPACICI	0%	-48.46%	1.15831212
SIDERCI	0%	-52.43%	1.28223322
CYERDECI	0%	-13.12%	1.05757345
BROCALCI	0%	-43.30%	0.7745436
SCCO	0%	-5.60%	0.77836438
TY	0%	-18.83%	1.08193398
BACKUSII	0%	14.94%	0.0090655
UNACEMCI	0%	-5.30%	0.9346103
VOLCABCI	0%	-38.14%	1.28221869
SUMA Wt	100%	BETA P	0.385487

R PORTAFOLIO32.29%

VARianza PORT0.78243CTRL-SHIFT-ENTER

VAR PORT = MMULT(MMULT((TRANSPOSE(C6:C11);MATRICE(C34:N45);PORTAFOLIO(C6:C11))

DESVEST (SD)88.45%SD = FCUAD(VARIANZA)

SHARPE0.3442402156IS = (RE - TLR)/SD

PORTAFOLIO DEMA	DESVIACION	RENDIMIENTO	INDICE DE SHARPE
1	7.40823%	1.84000%	0.00
2	8.15347%	4.60800%	0.34
3	9.08653%	7.37600%	0.61
4	10.68544%	10.14402%	0.78
5	13.61000%	12.91202%	0.81
6	17.50617%	15.68003%	0.79
7	24.18030%	18.44804%	0.63
8	35.02177%	21.21604%	0.55
9	47.64530%	23.98405%	0.46
10	60.97303%	26.75205%	0.41
11	74.62655%	29.52006%	0.37
12	88.455%	32.28807%	0.34

MINIMA VAR6.239%-7.16327%-0.00597

PORT TANGENTE13.53%12.81430%0.81124

SAP/IBVL Para G19.32%-15.10203%-0.02976

SAP/IBVL Para S18.352%-3.47868%-0.00638

SAP/IBVL Lima 220.846%-11.42104%-0.02381

SAP/IBVL IBGC C18.653%-5.84640%-0.01031

SAP/IBVL Constr20.167%6.82191%0.33826

SAP/IBVL Financ27.204%7.63616%-0.07271

SAP/IBVL Indestr21.156%-10.68438%-0.02260

SAP/IBVL Mining24.164%-15.60003%-0.03770

SAP/IBVL Public18.505%12.34234%0.66702

SAP/IBVL Constr20.863%-7.39338%-0.01668

SAP/IBVL Electr13.022%11.32410%0.86960

SAP/IBVL Junior44.504%-38.83453%-0.17310

Frontera Eficiente d

Parámetros de Solver

Establecer objetivo: \$I\$5

Para: MáxMinValor de: 0

Cambiando las celdas de variables: \$C\$5:\$C\$39

Sujeto a las restricciones: \$C\$40 = 1 \$C\$5:\$C\$39 >= 0

Agregar

Cambiar

Eliminar

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

C. Portafolio de Sharpe o tangente

Para la obtención del portafolio de Sharpe o tangente, se debe maximizar la relación del cociente IS_p , rendimiento-riesgo, tomando las restricciones comunes propias y particulares del modelo, el cual es

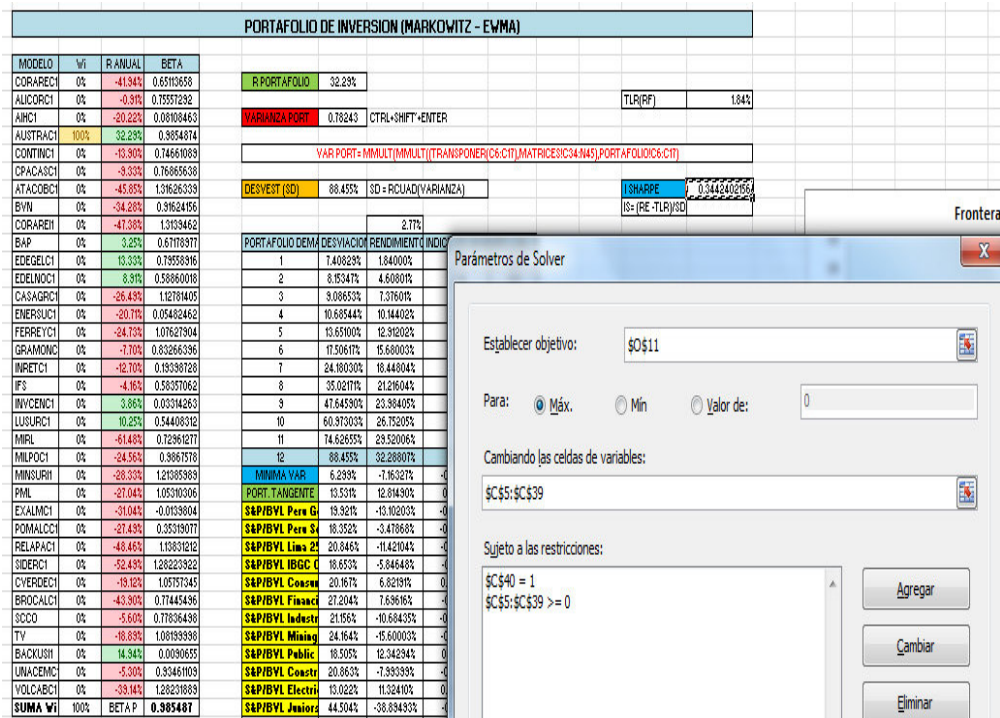
explicado en las bases teóricas de la presente investigación, representado por:

$$IS_p = \frac{R_P - R_{tr}}{\sigma_p \left(\frac{R_P - R_{tr}}{|R_P - R_{tr}|} \right)}$$

De manera que se maximiza la celda I Sharpe, mostrada en el gráfico

4.17 Portafolio Tangente N°13

Gráfico 4.17 Portafolio Tangente N°13



Fuente. Elaboración propia en MS Excel

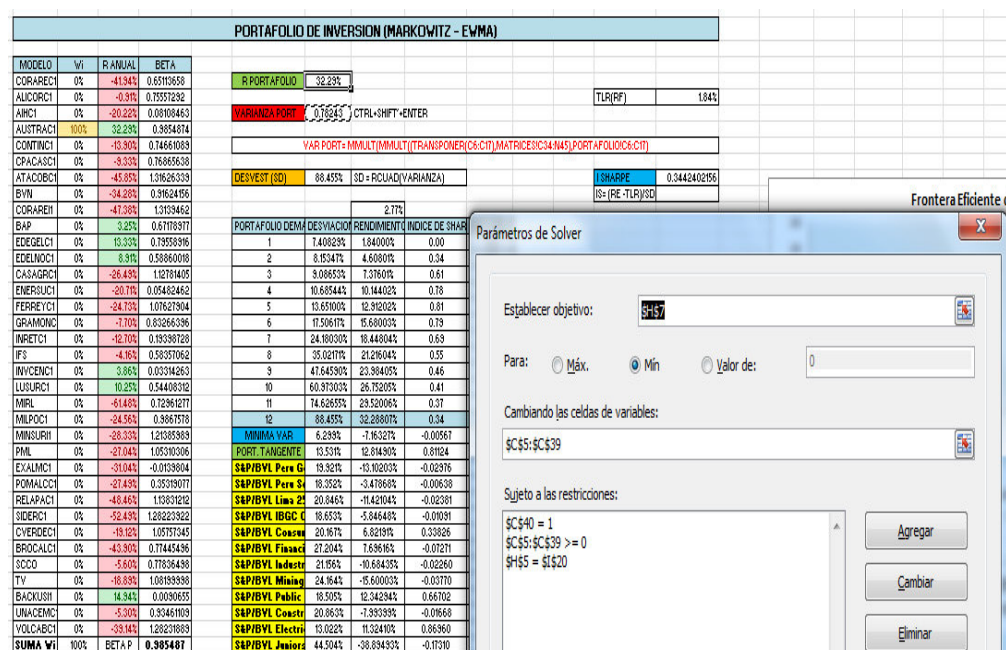
Se obtiene un rendimiento promedio anual de 13.01% y con un riesgo de 13.77%. Adicionalmente, el ratio de Sharpe es utilizado en cada portafolio construido como lo muestra la Tabla 4.9 Resumen de portafolios Markowitz-EWMA, para medir el desempeño o relación entre riesgo y rendimiento, que provee una medida del retorno por unidad de volatilidad, quiere decir que por cada 1% de riesgo que se

asume al invertir en este portafolio obtengo en promedio un 0.81% de rentabilidad sobre la tasa libre de riesgo, para este portafolio N°13.

D. Portafolio Eficiente

De forma similar, para calcular cualquier portafolio eficiente, es decir, que proporcione una rentabilidad determinada a un mínimo riesgo o una máxima rentabilidad a un riesgo dado, por ejemplo, se espera que el rendimiento o R Portafolio sea igual a un valor fijo establecido por el inversionista, rentabilidad que se pretenda ganar, y que la función objetivo, la varianza, deba minimizarse, esto se muestra por ejemplo en el gráfico 4.18 Portafolio Eficiente N°6, con el uso de la herramienta Solver.

Gráfico 4.18 Portafolio Eficiente N°6



Fuente. Elaboración propia en MS Excel

Se obtiene un rendimiento promedio anual de 15.68% con un riesgo de 17.51%, y un ratio de Sharpe de 0.79, lo que indica que por cada 1% de riesgo el portafolio proporciona en promedio un 0.79% de rentabilidad sobre la tasa libre de riesgo de 1.84% para lo que exigiría como mínimo un inversionista en Perú.

De esta manera, se construyen 14 portafolios de acciones, que son mostrados en la Tabla 4.9 Resumen de portafolios Markowitz-EWMA, cuya composición se muestra en la tabla 4.15 Composición de los portafolios eficientes por modelo de Markowitz con metodología EWMA.

Tabla 4.9 Resumen de portafolios Markowitz-EWMA

Portafolio	Rentabilidad E(Rp)	Riesgo (σ) EWMA	N° de Acciones	Ratio de Sharpe Alternativo
Portafolio Tangente N°13	13.01%	13.77%	5	0.81
Portafolio Eficiente N°5	12.91%	13.65%	5	0.81
Portafolio Eficiente N°6	15.68%	17.51%	5	0.79
Portafolio Eficiente N°4	10.14%	10.69%	6	0.78
Portafolio Eficiente N°7	18.45%	24.18%	3	0.69
Portafolio Eficiente N°3	7.38%	9.09%	7	0.61
Portafolio Eficiente N°8	21.22%	35.02%	2	0.55
Portafolio Eficiente N°9	23.98%	47.65%	2	0.46
Portafolio Eficiente N°10	26.75%	60.97%	2	0.41
Portafolio Eficiente N°11	29.52%	74.63%	2	0.37
Portafolio Máx. Retorno N°12	32.29%	88.46%	1	0.34
Portafolio Eficiente N°2	4.61%	8.15%	10	0.34
Portafolio Mín. Retorno N°1	1.84%	7.41%	11	0.00
Portafolio Mín. Varianza N°14	-2.63%	6.58%	12	-0.00

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

Los portafolios contruidos son listados de mayor a menor según el índice de Sharpe que representa la relación entre riesgo y rentabilidad, siendo una manera óptima para comparar qué inversión ha obtenido mayor rentabilidad de su riesgo asociado. Se observa que los portafolios N°1, N° 2, N°3, N°4, N°5, N°6, N°7, N°9, N°13, están diversificados de forma eficiente mediante la metodología EWMA siendo una inversión razonable para un inversionista que pretende diversificar al invertir en la Bolsa de Valores.

4.8 Pruebas de hipótesis

4.8.1 Pruebas de hipótesis general

La aplicación del modelo de Markowitz con metodología EWMA permite construir un portafolio diversificado en acciones en la Bolsa de Valores de Lima.

La hipótesis general es aceptada una vez validadas las hipótesis específicas N° 1 y N° 2 mediante pruebas de hipótesis con el Test U de Mann Whitney, y ante los resultados obtenidos en la tabla 4.9 y la gráfica 4.20, cumpliendo con el principio de diversificación eficiente en acciones mediante el uso del modelo de Markowitz con metodología EWMA, establecidos los parámetros de rentabilidad y riesgo de los portafolios contruidos, con el número total de acciones que los conforman, y considerando que estos portafolios resultan eficientes, ya que proporcionan una rentabilidad esperada superior a un nivel de riesgo inferior a todos y cada uno de los índices bursátiles o portafolios de mercado de la Bolsa de Valores de Lima.

4.8.2 Pruebas de hipótesis específica N° 1

Un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es menos riesgoso que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

La hipótesis específica N°1 se somete a una prueba de hipótesis para determinar si es razonable y no debe rechazarse la afirmación realizada, como primer paso se redacta a seguir:

H_1 : Existe una diferencia significativa entre la media de riesgo de portafolios contruidos por el modelo de Markowitz-EWMA

propuesto y la media de riesgo de los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

H_0 : No existe una diferencia significativa entre la media de riesgo de portafolios construidos por el modelo de Markowitz-EWMA propuesto y la media de riesgo de los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima

Como segundo paso, se determina el nivel de significancia o grado de error que es de $\alpha=0.05$ que es igual a decir a un 95% de confianza. A seguir, el tercer paso es determinar la prueba estadística considerando lo siguiente:

- Es un estudio de tipo transversal, se están analizando dichos portafolios en un mismo período.
- La variable de agrupación o fija genera 02 grupos a analizar.
- La variable aleatoria es de tipo numérico, que es el riesgo cuantificado porcentualmente.

Entonces, se utiliza la prueba de T de Student para 02 muestras independientes, sin embargo, antes de calcular la significancia o P-Valor de la prueba de T de Student, se deben corroborar los supuestos de normalidad de la distribución de ambos grupos e igualdad de varianzas entre los grupos. Para ello se utiliza el software estadístico SPSS, con los siguientes resultados:

Tabla 4.10 Prueba de Normalidad Hipótesis 1

Pruebas de normalidad							
	Modelo	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Riesgo	EWMA	,264	9	,070	,740	9	,004
	INDICES BVL	,307	12	,003	,728	12	,002

a. Corrección de significación de Lilliefors

Fuente. Elaboración propia en SPSS

Con ello se determina mediante la prueba Shapiro-Wilk, ya que ambas muestras son menores a 30 observaciones, se concluye que la variable numérica aleatoria riesgo no tiene una distribución normal en los grupos. Porque $P\text{-Valor(EWMA)} = ,004 < \alpha=0,05$ y $P\text{-Valor(INDICESBVL)} = 0,002 < \alpha=0,05$. Ante ello, se determina que la prueba estadística a aplicar debe ser de tipo no paramétrica, cuyo equivalente a la T de Student es el Test U de Mann Whitney, proporcionando los siguientes resultados:

Tabla 4.11 Test U de Mann Whitney Hipótesis 1

Estadísticos de Prueba ^a	
	Riesgo
U de Mann-Whitney	25,000
W de Wilcoxon	70,000
Z	-2,061
Sig. asintótica (bilateral)	,039
Significación exacta [2*(sig. unilateral)]	,041 ^b

a. Variable de agrupación: modelo

b. No corregido para empates.

Fuente. Elaboración propia en SPSS

Al analizar los resultados muestran que el $P\text{-Valor} = ,039 < \alpha=,05$. Esto indica que se acepta la hipótesis del investigador o alternativa H_1 , es decir, existen diferencias significativas en el promedio de riesgo de portafolios contruidos y el promedio de riesgo de los índices bursátiles.

Dada la validación de la hipótesis propuesta H_1 se valida que la frontera eficiente por metodología EWMA proporciona portafolios de menor riesgo que los índices bursátiles. Adicionalmente, se muestra una comparación de portafolios entre el método por EWMA y el modelo clásico en la gráfica 4.21 Frontera eficiente comparada, considerando que para un nivel de retorno esperado se obtienen portafolios de acciones de menor riesgo que los

portafolios hallados por el método clásico que considera a la desviación estándar como medida de riesgo, como es el caso del portafolio N°1 y N°7.

4.8.3 Pruebas de hipótesis específica N° 2

Un portafolio diversificado en acciones por el método propuesto es más rentable que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

La hipótesis específica N°2 se somete a una prueba de hipótesis para determinar si es razonable y no debe rechazarse la afirmación realizada, como primer paso se redacta a continuación:

H_1 : Existe una diferencia significativa entre la media de desempeño de portafolios contruidos por el modelo de Markowitz-EWMA propuesto y la media de desempeño de los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima.

H_0 : No existe una diferencia significativa entre la media de desempeño de portafolios contruidos por el modelo de Markowitz-EWMA propuesto y la media de desempeño de los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Lima

Como segundo paso, se determina el nivel de significancia o grado de error que es de $\alpha=0.05$ que es igual a decir a un 95% de confianza. A seguir, el tercer paso es determinar la prueba estadística considerando lo siguiente:

- Es un estudio de tipo transversal, se están analizando dichos portafolios en un mismo período.

- La variable de agrupación o fija genera 02 grupos a analizar.
- La variable aleatoria es de tipo numérico, que es el desempeño o rentabilidad cuantificada por el ratio de Sharpe.

Entonces, se utiliza la prueba de T de Student para 02 muestras independientes, sin embargo, antes de calcular la significancia o P-Valor de la prueba de T de Student, se deben corroborar los supuestos de normalidad de la distribución de ambos grupos e igualdad de varianzas entre los grupos.

Para ello se utiliza el software estadístico SPSS, proporcionando los siguientes resultados:

Tabla 4.12 Prueba de Normalidad Hipótesis 2

Pruebas de normalidad							
	Modelo	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Sharpe	EWMA	,209	9	,200*	,830	9	,044
	INDICES BVL	,357	12	,000	,774	12	,005

*. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de significación de Lilliefors

Fuente. Elaboración propia en SPSS

De igual manera, se muestra mediante la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk, ya que los grados de libertad son menores a 30 observaciones. Se concluye que la variable numérica aleatoria rentabilidad no tiene una distribución normal porque P-Valor (EWMA) = ,044 < $\alpha=0,05$ y P-Valor (INDICES BVL) = ,005 < $\alpha=0,05$. Ante ello, se determina que la prueba estadística a aplicar debe ser de tipo no paramétrica, cuyo equivalente es el Test U de Mann Whitney, proporcionando los siguientes resultados:

Tabla 4.13 Test U de Mann Whitney Hipótesis 2

Estadísticos de prueba ^a	
	Sharpe
U de Mann-Whitney	15,000
W de Wilcoxon	93,000
Z	-2,772
Sig. asintótica (bilateral)	,006
Significación exacta [2*(sig. unilateral)]	,004 ^b

a. Variable de agrupación: modelo

b. No corregido para empates.

Fuente. Elaboración propia en SPSS

Al analizar los resultados se tiene un P-Valor = ,006 < $\alpha=0,05$. Esto muestra la aceptación de la hipótesis del investigador o alternativa H_1 , es decir, existen diferencias significativas en el promedio de desempeño de portafolios contruidos y el promedio de desempeño de los índices bursátiles. Dada la validación de la hipótesis propuesta H_1 para la hipótesis se detallan los resultados por portafolio hallados y representados en la gráfica 4.20 Frontera eficiente e índices bursátiles, la cual muestra que todos los portafolios contruidos por la metodología EWMA presentan mayor rendimiento y menor riesgo que los portafolios de mercado, es decir, que los índices bursátiles de la Bolsa de Valores.

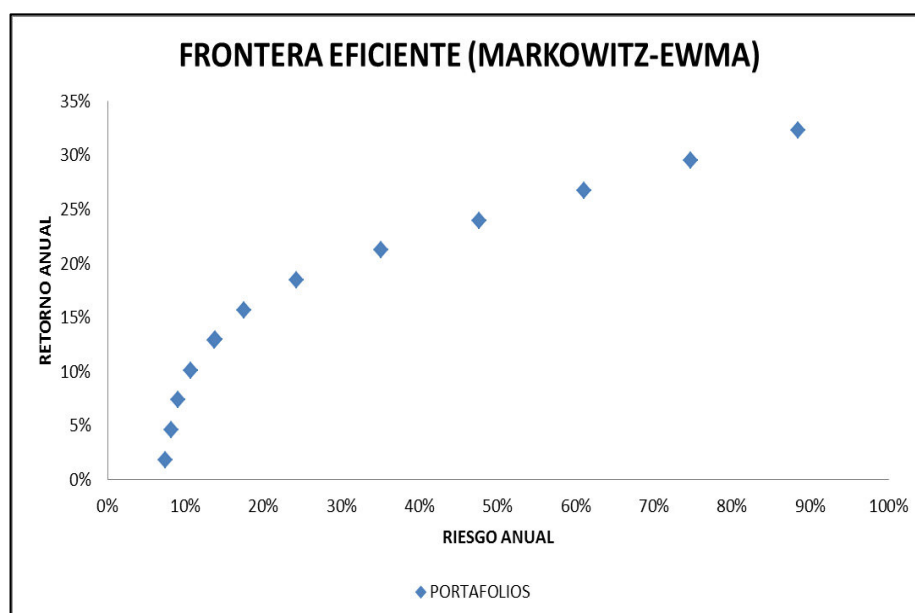
No se debe considerar al portafolio N°14 que es el portafolio de minino riesgo, ya que no pertenece a la frontera eficiente, el cual tiene una rentabilidad promedio anual de -2,63% y con un riesgo anualizado de 6.58%, con un ratio de Sharpe de -0.002, menor a la tasa libre de riesgo. Esto debido a que no se pretende lograr rentabilidad alguna, únicamente obtener el menor riesgo posible al invertir en acciones. No se consideran portafolios N° 12 y 14 por ser extremos, y N°8, N°10 y N°11 porque su composición es de 02 acciones no cumpliendo con el principio de diversificación.

4.9 Presentación de resultados

4.9.1 Frontera Eficiente de Markowitz e índices bursátiles

En el gráfico 4.19 se presenta la frontera eficiente de portafolios que ha proporcionado el modelo de Markowitz con metodología EWMA, donde se exhiben los portafolios obtenidos según las posiciones de rentabilidad-riesgo.

Gráfico 4.19 Frontera Eficiente de Markowitz (EWMA)



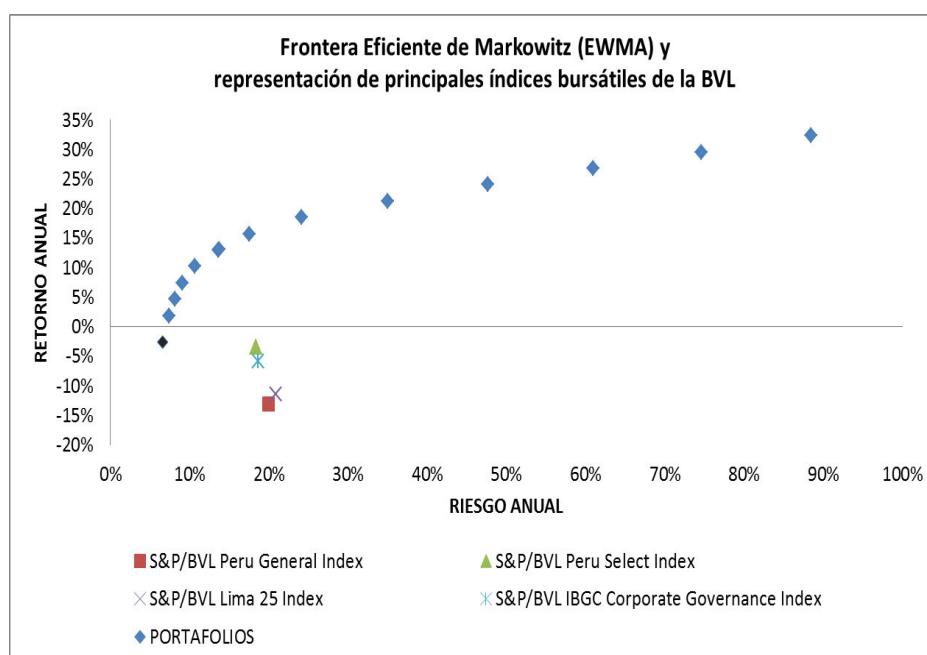
Fuente. Elaboración propia en MS Excel

La frontera eficiente determina una curva de los portafolios eficientes hallados por la metodología EWMA, del cual se puede inferir que su rentabilidad está en función al riesgo asociado, con ello se demuestra que a mayor nivel de riesgo mayor retorno para el inversionista. No obstante, un mayor nivel de riesgo no implica un aumento proporcional o próximo a la rentabilidad esperada, y con ello lo único que se pretendería conseguir es aumentar la exposición al riesgo, sin beneficiarse de mayores retornos al momento de invertir en determinados portafolios o conjunto de activos.

En el gráfico 4.20 se observa que la frontera eficiente construida es superior en cuanto a la rentabilidad y riesgo asociados, superando a los portafolios de mercado, los cuales están representados por los índices bursátiles: S&P/BVL Peru Select Index TR (PEN), S&P/BVL Peru General Index TR (PEN), S&P/BVL LIMA 25 Index TR (PEN), S&P/BVL IBGC Index TR (PEN). Esto es validado estadísticamente mediante pruebas de hipótesis.

De esta manera, son creadas las alternativas de inversión que puede adoptar el inversionista frente a los índices que han proporcionado rentabilidades negativas e inclusive a niveles de riesgo superiores a los portafolios construidos en la Bolsa de Valores de Lima. No se debe considerar al portafolio N°14 que es el portafolio de minino riesgo, ya que no pertenece a la frontera eficiente, el cual tiene una rentabilidad promedio anual de -2,63% y con un riesgo anualizado de 6.58%, puesto que no es una solución positiva de rentabilidad esperada.

Gráfico 4.20 Frontera eficiente e índices bursátiles



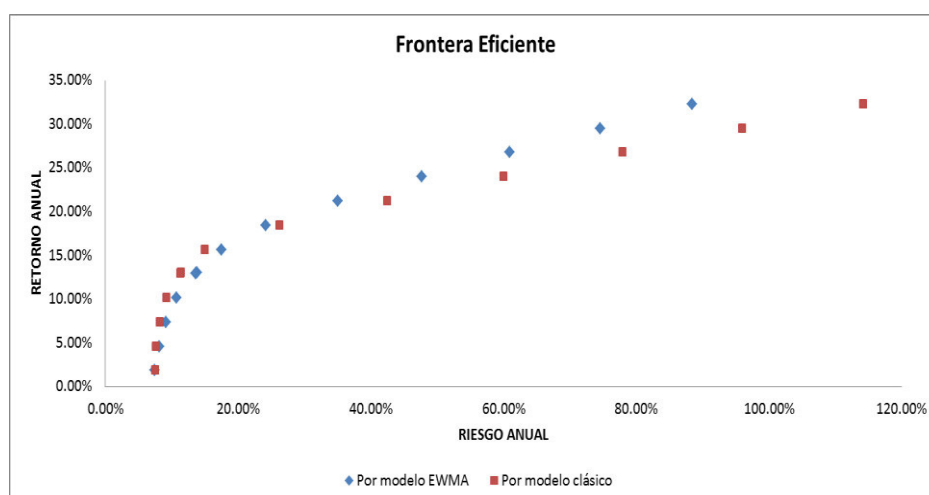
Fuente. Elaboración propia en MS Excel

Los portafolios contruidos con un riesgo aproximado igual o menor al 20% anual pueden atribuirse a inversionistas adversos al riesgo o neutrales al riesgo, puesto que son de menor volatilidad que el mercado, cumpliendo con el principio de diversificación eficiente, ya que se estructuran con un menor riesgo que el promedio del mercado y su composición en número de acciones es la suficiente y necesaria para obtener la rentabilidad esperada.

Para aquellos inversionistas propensos al riesgo se estructuran alternativas de inversión de mayor riesgo al de 20% y consecuentemente de mayor rentabilidad, estos portafolios no necesariamente cumplirán con el principio de diversificación eficiente puesto que lo deseado es únicamente maximizar la rentabilidad de la inversión o alcanzar una rentabilidad específica según sus expectativas, y no la reducción del riesgo total, esto también se puede ver reflejado en el número de acciones que conforman el portafolio o al riesgo de exposición, como lo señala la tabla 4.9 Resumen de portafolios Markowitz-EWMA.

4.9.2 Frontera Eficiente para el modelo EWMA y Clásico

En la gráfica 4.21 se superponen las dos fronteras eficientes en el mismo plano de riesgo-rentabilidad, mostrando que para el parámetro de riesgo obtenido por metodología EWMA existen diferencias al obtenido por la metodología clásica de Markowitz, que utiliza a la desviación estándar como medida del riesgo.

Gráfico 4.21 Frontera eficiente comparada

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

Por tanto, para un mismo nivel de retorno esperado se pueden obtener portafolios de menor riesgo al utilizar la metodología EWMA por las matrices de covarianzas ponderadas exponencialmente, en sentido estricto, como es el caso del portafolio N°1 y portafolio N°7, donde existe diversificación eficiente; el riesgo de portafolio es menor y está compuesto por un número mayor o igual a tres acciones comparado al modelo clásico de Markowitz.

Existen portafolios eficientes por EWMA que también ven reducido el riesgo, sin embargo la composición de los portafolios y su proporción interna es reducida y similar al modelo clásico, esto se explica porque al no haber otras acciones o alternativas de inversión que proporcionen rentabilidades positivas esperadas, se reduce el número de combinaciones posibles, como producto de la coyuntura del mercado bursátil en ese período. Por tanto, es relevante señalar que esta metodología propone al menos dos opciones de inversión o acciones dentro de un portafolio como lo muestra la tabla 4.14, cumpliendo con la menor correlación de los activos que componen el portafolio para disminuir el riesgo, no obstante el nivel de riesgo asociado es mayor a aquel portafolio diversificado de menor riesgo y de

mayor número de acciones. Se excluye el portafolio N° 14 de mínima varianza al no pertenecer al conjunto de portafolios eficientes. Los portafolios N°1, N° 2, N°3, N°4, N°5, N°6, N°7, N°9, N°13, están diversificados de forma eficiente mediante la metodología EWMA siendo una inversión razonable para un inversionista que pretende diversificar al invertir en la Bolsa de Valores.

4.9.3 Portafolios obtenidos para el modelo por EWMA y Clásico

De los cálculos previamente realizados para propósitos de comparación de los portafolios de inversión se desarrolló similar procesamiento que el expuesto por la metodología EWMA, no obstante para obtener los portafolios por el modelo clásico de Markowitz, solo fue necesario utilizar la desviación estándar para cada uno de las acciones y posteriormente realizar la multiplicación matricial, una vez determinada la matriz de desviación estándar de las 35 acciones y la matriz de correlaciones de las 35 acciones, con ello se obtuvo una matriz de varianza-covarianza ver tabla 4.19 del anexo N°3, la cual permitió con el uso de la plantilla de Excel, enunciada anteriormente, construir los portafolios clásicos.

De igual manera, que en la metodología EWMA para construir la curva de portafolios eficientes se debe tomar un parámetro para elegir el rendimiento deseado, en esta investigación para el modelo clásico se utiliza un margen de 2.77% entre cada portafolio, que inicia con una tasa libre de riesgo de 1.84% y asciende a una tasa final de 32.28% como la rentabilidad máxima posible, este margen está dado por la diferencia entre la tasa final e inicial dividida entre el número de intervalos. Es así que se establecen las rentabilidades fijas que están asociadas a un nivel de riesgo e índice de Sharpe a estimar. A continuación se muestra en la tabla 4.14, los resultados obtenidos de la

comparación de los niveles de riesgo encontrados y el número de acciones por portafolio para un mismo nivel de rentabilidad esperada.

Tabla 4.14 Resumen de portafolios por EWMA y método clásico

Portafolio	Rentabilidad E(Rp)	Riesgo (σ) EWMA	N° de Acciones	Riesgo (σ) Desv.	N° de Acciones
Portafolio Máx. Retorno N°12	32.29%	88.46%	1	114.23%	1
Portafolio Eficiente N°11	29.52%	74.63%	2	96.03%	2
Portafolio Eficiente N°10	26.75%	60.97%	2	77.92%	2
Portafolio Eficiente N°9	23.98%	47.65%	2	59.99%	2
Portafolio Eficiente N°8	21.22%	35.02%	2	42.50%	2
Portafolio Eficiente N°7	18.45%	24.18%	3	26.30%	2
Portafolio Eficiente N°6	15.68%	17.51%	5	14.98%	5
Portafolio Tangente N°13	13.01%	13.77%	5	11.46%	6
Portafolio Eficiente N°5	12.91%	13.65%	5	11.37%	6
Portafolio Eficiente N°4	10.14%	10.69%	6	9.23%	7
Portafolio Eficiente N°3	7.38%	9.09%	7	8.26%	12
Portafolio Eficiente N°2	4.61%	8.15%	10	7.59%	13
Portafolio Mín. Retorno N°1	1.84%	7.41%	11	7.51%	21
Portafolio Mín. Varianza N°14	-2.63%	6.58%	12	6.88%	19

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

Se enlistan de mayor rentabilidad a menor rentabilidad promedio anual y para un mismo nivel de rentabilidad se exhibe el nivel de riesgo calculado por metodología EWMA y el modelo clásico, se observa que EWMA logra generar portafolios de menor riesgo y de un mayor número de acciones que el modelo clásico, en sentido estricto, los portafolios N°1 y N°7 ambos con rentabilidades positivas y a un nivel de riesgo dado. La composición de los portafolios se muestra a detalle en la tabla 4.15 para portafolios por EWMA y tabla 4.16 para portafolios por el método clásico de Markowitz, respectivamente.

PML	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0.25%
EXALMC1	2.26%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	7.08%
POMALCC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
RELAPAC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
SIDERC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
CVERDEC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
BROCALC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
SCCO	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
TV	0.42%	0.09%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0.75%
BACKUSI1	19.55%	22.86%	26.64%	39.75%	55.96%	71.98%	75.07%	63.81%	47.86%	31.90%	15.95%	0%	56.51%	14.53%
UNACEMC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
VOLCABC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

POMALCC1	0.02%	0.06%	0.03%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0.20%
RELAPAC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
SIDERC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
CVERDEC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
BROCALC1	0.87%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0.80%
SCCO	0.43%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0.52%
TV	0.35%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0.07%
BACKUSI1	23.38%	29.79%	33.52%	41.79%	59.68%	71.98%	79.76%	63.81%	47.85%	31.90%	15.95%	0%	60.31%	21.31%
UNACEMC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
VOLCABC1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

4.9.5 Modelo propuesto y ratios financieros

Esta investigación no pretende utilizar el análisis de ratios financieros como un filtro que permita seleccionar a las empresas posicionadas según sus indicadores de: liquidez, actividad, apalancamiento, rentabilidad, de valor de mercado, siendo importante señalar que este tipo de análisis mediante ratios financieros no entra en contraposición alguna con la presente investigación, sino resulta ser de tipo complementaria y puede resultar beneficiosa como lo ha demostrado otro trabajo de tesis (Martinez, 2013) para una asignación de activos cuyo objeto puede ser la minimización del riesgo, cabe mencionar que uno de los propósitos de esta investigación es construir portafolios eficientes para evidenciar las múltiples opciones de inversión, que contemple inclusive portafolios de mínimo riesgo, y que conllevarán a la elección de un portafolio óptimo según el perfil del inversionista.

El uso de ratios financieros como lo señala (Martinez, 2013) genera beneficios respecto del modelo clásico de Markowitz, no obstante la presente investigación que utiliza el modelo EWMA como metodología complementaria logra superar exitosamente uno de los puntos críticos que también confiere el uso de ratios financieros que es la construcción de nuevos portafolios eficientes y diversificados, por tanto se sugiere utilizar de forma complementaria ambos análisis cuando se precise tomar un curso de acción definido como concluye (Martinez, 2013) que para su objeto de estudio fue la minimización del riesgo en las inversiones en acciones en la Bolsa de Valores de Lima.

CONCLUSIONES

El desarrollo de la investigación permite cumplir con los objetivos planteados, de igual manera, permite comprobar las hipótesis de trabajo, ante ello se esbozan las siguientes conclusiones:

1. El modelo de Markowitz con metodología EWMA proporciona nueve portafolios diversificados en acciones cumpliendo con el principio de diversificación eficiente, es decir, la reducción del riesgo en el portafolio considerando la correlación existente entre las acciones que lo conforman y con un número prudente de éstas en el portafolio. De esta manera, se permite al inversionista elegir entre dichos portafolios diversificados a aquel que se ajuste a sus expectativas de rentabilidad y riesgo, perfil psicológico y horizonte de inversión propuesto para la toma de decisiones de inversión.
2. El modelo de Markowitz con metodología EWMA proporciona nueve portafolios eficientes superiores en rentabilidad y de menor riesgo que los portafolios de mercado o índices bursátiles en la Bolsa de Valores de Lima. Esto permite al inversionista elegir entre dichos portafolios eficientes a aquel que se ajuste a sus expectativas y preferencias.
3. Para un mismo nivel de retorno esperado se obtienen portafolios de menor riesgo al utilizar el modelo de Markowitz con metodología EWMA frente a los portafolios conformados por el modelo clásico de Markowitz, que utiliza desviación estándar, esto es posible al determinar un menor riesgo de portafolio y un número prudente de acciones sugeridas a invertir, contrario al modelo clásico, donde el beneficio que se consigue por mayores acciones en los portafolios no disminuye el riesgo significativamente para un mismo nivel de retorno, pero sí eleva los costos de transacción y administración a los que se debería hacer frente.
4. El ratio de Sharpe es el indicador de performance que permite clasificar el desempeño o performance de los portafolios contruidos por el modelo de

Markowitz con metodología EWMA, respecto a la relación rendimiento-riesgo que poseen, de esta manera, se eligen portafolios con los que el inversionista pueda satisfacer sus expectativas de rendimiento y riesgo al invertir en la Bolsa de Valores de Lima.

5. El período de enero 2011 hasta junio del 2015 ha presentado un promedio anual de retornos negativos a nivel de índices bursátiles, índices sectoriales y acciones de la Bolsa de Valores de Lima, a pesar de ello se ha logrado construir portafolios eficientes que diversifiquen el riesgo y proporcionen una rentabilidad promedio anual esperada superior a la del mercado bursátil analizado, con el objeto de que al término de este análisis el inversionista pueda tomar decisiones de inversión sobre la base de los portafolios propuestos.

RECOMENDACIONES

El modelo propuesto en la presente investigación no debe considerarse como única herramienta para la selección y gestión de portafolios, en tal sentido no se busca reemplazar al análisis fundamental y análisis técnico, ni a procesos de valuación de inversiones de tipo Top-Down o Bottom Up, dado que su contribución es complementaria y de aproximación a estos análisis desde una perspectiva objetiva y estadística, sobre la base de data histórica.

Se recomienda llevar a cabo y de forma complementaria un test de hipótesis para la heterocedasticidad en el índice general y acciones bursátiles que lo conforman, esto es posible mediante un método estadístico para identificar la heterocedasticidad en general, por el Test de White o Breusch-Pagan.

Se recomienda utilizar los ratios financieros como un filtro previo a la ejecución del modelo de Markowitz con metodología EWMA con el fin de seleccionar a aquellos activos que cumplan el curso de acción definido por el inversionista el cual puede ser la maximización del retorno, la minimización del riesgo o la preservación del capital a invertir.

Se sugiere realizar pruebas de back-testing sobre los resultados obtenidos en el presente modelo de Markowitz con metodología EWMA, lo que implica colocar a prueba la estrategia propuesta mediante la simulación con datos históricos con el objeto de medir su eficacia.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Arana, J. D., & Gomez, J. A. (2008). *Construcción de una cartera diversificada de acciones en el mercado de valores peruano y su comportamiento en la crisis financiera internacional de 2008*. Arequipa, Lima.: Universidad Católica Santa María.
- Aventín, J. A. (22 de 11 de 2015). *Clasificación de riesgos en la empresa*. Recuperado el 22 de 11 de 2015, de FUNDACION MAPFRE: https://www.fundacionmapfre.org/documentacion/.../i18n/catalogo_imagenes/grupo.cmd?path=1029076
- Bedoya, M. (2005). *Técnicas de Valuación, estrategias y aplicación de opciones, sobre acciones que se negocian en la Bolsa de Valores de Lima*. Lima: Pontifica Universidad Católica del Perú.
- Betancourt, K., García, C., & Lozano, V. (2013). Teoría de Markowitz con metodología EWMA para la toma de decisión sobre cómo invertir su dinero. *Revista Atlántica de Economía*, Volumen 1.
- Bolsa de Valores de Lima. (24 de Octubre de 2015). <http://www.bvl.com.pe>. Recuperado el 24 de octubre de 2015, de <http://www.bvl.com.pe>: http://www.bvl.com.pe/eduayuda_glosario.html
- Borda, J. P. (2007). *Comparación de metodologías de Valor en Riesgo (VaR), sobre un portafolio de activos financieros*. Bogotá, Colombia.: Universidad De la Sabana.
- Brun, J., Elvira, O., & Puig, X. (2008). *Matemática financiera y estadística básica*. Barcelona: Bresca Editorial, S.L.
- Brun, X., & Moreno, M. (2008). *Análisis y selección de inversiones en mercados financieros*. Barcelona: Bresca Editorial, S.L.
- Buenaventura, & Cuevas. (2005). Una propuesta metodológica para la optimización de portafolios de inversión y su aplicación al caso. *Universidad ICESI*, 95.
- Canós, & Ventura. (1999). El problema de selección de cartera. *Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA)*, 168-177.
- Carbonell, & Echavarria. (2008). Estructuración de un portafolio óptimo de inversión en divisas representativas del mercado. *Revistas Soluciones de Postgrado EIA*, 79-92.
- Céspedes, J. C. (2011). *Optimización del Modelo Media-Varianza-Skewness para la selección de un portafolio de acciones y su aplicación en la BVL usando programación no lineal*. Lima: PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU.
- Chaves, E. (2005). *Administración de materiales*. Costa Rica: Universidad Estatal a Distancia.
- Corrales, J. (2011). *Optimización del modelo Media-Varianza-Skewness para la selección de un portafolio de acciones y su aplicación en la BVL usando programación no Lineal*. Lima: Pontifica Universidad Católica del Perú.
- Credit Suisse. (2014). Finanzas Conductuales: La psicología de la inversión. *Finance White Paper*, 3-31.
- Durán, J. J. (2011). *Diccionario de Finanzas*. Madrid, España: Ecobook - Editorial del Economista.
- EY. (2014). Guía de Negocios e Inversión en el Perú 2014/2015. *EY Guía de Negocios e Inversión en el Perú 2014/2015*, 78-84.
- Fabian, L. A. (2011). XIII Tabla de Negocios MYPE Finanzas. *Operaciones y servicios que ofrecen los Bancos* (págs. 4-63). Lima: COFIDE.
- Franco, F. (2004). Portafolio Internacional: Modelación y Optimización. *Gaceta Financiera, Universidad EAFIT, Medellín, Colombia*, pp. 02-14.

- Galvez, P., Salgado, M., & Gutierrez, M. (2013). Optimización de carteras de inversión Modelo de Markowitz y estimación de volatilidad con GARCH. *Horizontes Empresariales, Universidad Del Bio Bio*, pp. 39-50.
- García, C., & Sáez, J. (2015). *Selección de una cartera de inversión a través del Modelo de Markowitz*. Barcelona, España: Universitat de Barcelona.
- García, E. (2012). Selección de portafolios eficientes de inversión a través de carteras colectivas. *Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas, Medellín, Colombia*, 4.
- Gitman, L., & Joehnk, M. (2005). *Fundamentos de Inversión*. Madrid, España: Pearson Educación S.A.
- Gitman, L., & Joehnk, M. (2005). *Fundamentos de Inversiones*. Madrid: Pearson Educación, S.A.
- Gomero Gonzales, N. A. (2013). Análisis de Riesgo de las principales acciones enlistadas en la Bolsa de Valores de Lima. *Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Facultad de Ciencias Contables*, Vol. 21 N.º40 pp.43-51.
- Gómez, & López. (2002). Riesgos financieros y operaciones internacionales. En D. G. Zaballos, *Riesgos financieros y operaciones internacionales* (pág. 39). Madrid: Esic Editorial.
- Grajales, D. D. (2009). Gestión de portafolios. Una mirada crítica más allá de Markowitz. *AD-MINISTER Universidad EAFIT Medellín N° 15 jul-dic 2009*, 154-162.
- Gutiérrez, Galvez, P., & Mauricio, M. S. (2010). Optimización de carteras de inversión modelo de Markowitz y estimación de la volatilidad con GARCH. *Horizontes Empresariales*, 41.
- Haro, A. d. (2005). *Medición y control de riesgos financieros*. México D.F: LIMUSA, S.A. de C.V. Grupo Noriega Editores.
- Horasanli, M., & Fidan, N. (2007). Portfolio Selection by Using Time Varying Covariance Matrices. *Journal of Economics and Social Research*, Vol. 9(2) pp.1-22.
- Horne, J. C., & Wachowicz, J. J. (2002). *Fundamentos de administración financiera*. México D.F.: Pearson Educación.
- Jordán, J. J. (2013). *Finanzas Conductuales*. La Paz, Bolivia: Universidad Privada Boliviana.
- Karandikar, R., & Sinha, T. (2012). Modeling in the Spirit of Markowitz Portfolio Theory in a Non Gaussian World. *Academic Journal*, Vol. 103 Issue 6, p.666.
- Krajewski, L. J., & Ritzman, L. P. (2000). Método de suavizamiento exponencial. En L. Krajewski, & Ritzman, Larry P., *Administración de Operaciones. Estrategia y análisis* (pág. 928). México D.F.: Pearson Educación.
- Lafosse, A. (2007). *La teoría del portafolio de Markowitz, determinación y evaluación del conjunto de carteras eficientes en la Bolsa de Valores de Lima. Período 1997-2005*. Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Lira Briceño, P. (09 de 03 de 2012). *La tasa de descuento de un proyecto en la práctica*. Recuperado el 15 de 04 de 2015, de De regreso a lo básico: <http://blogs.gestion.pe/deregresoalobasico/2012/03/la-tasa-de-descuento-de-un-pro.html>
- Lopez, C. (2002). *Mercado de Capitales y Gestión de Cartera*. Buenos Aires, Argentina.: UADE Senior.
- Lopez, M., & Illera, C. (2013). *Invertir en Hedge Funds: Analisis de su estructura, estrategias y eficiencia*. Madrid, España: Ediciones Díaz de Santos, S.A.
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance* 7, No. 1, 77-91.
- Markowitz, Harry M. (1999). La historia temprana de la teoría del portafolios 1600 a 1960. *Revista Contaduría y Administración*, No. 195, octubre-diciembre 1999, 13-30.

- Martín, J., & Téllez, C. (2014). *Finanzas Internacionales*. Madrid, España: Ediciones Paraninfo, SA.
- Martínez, L. A. (2013). *Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros para minimizar el riesgo de las inversiones en la Bolsa de Valores de Lima*. Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Mendizábal, Z., Miera, A., & Zubia, M. (2002). *El modelo de Markowitz en la gestión de carteras*. Lejona, España.: Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea.
- Meoño, M., & Escoto, R. (2006). *Operaciones Bursátiles*. San José, Costa Rica: Universidad Estatal a Distancia.
- Milla, A. (2011). *Creación de valor para el accionista*. Madrid, España: Ediciones Díaz de Santos, S.A.
- Montenegro, R. (2010). Medición de la volatilidad en series de tiempo financieras: Una evaluación a la tasa de cambio representativa del mercado (TRM) en Colombia. *Universidad Católica de Colombia*, 125.
- Núñez, C. (2014). Finanzas Conductuales. *Finanzas Conductuales* (págs. 1-14). Los Ríos, Chile: Universidad Austral de Chile, Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas, Escuela de Auditoría.
- Ochoa, S. I. (2008). *El modelo de Markowitz en la teoría de portafolios de inversión*. México: Instituto Politécnico Nacional.
- Peces, P. J., Rodríguez-Solano Suárez, R., Merino, S., Serra, A., & Calderón, C. (2014). *Manual del asesor financiero*. España: Ediciones Paraninfo, S.A.
- Pérez, F. (2012). Teoría de Cartera. *Finanzas de Empresas Turísticas* (págs. 1-16). Madrid, España: Departamento de Financiación e Investigación de la Universidad Autónoma de Madrid.
- PKF & VILA NARANJO. (2012). *ESTIMACIÓN DE LA TASA DE DESCUENTO MEDIANTE EL MÉTODO "CAPM"*. Lima, Perú: BOLETÍN No. 24 - ESTIMACIÓN DE LA TASA DE DESCUENTO.
- Raaji, & Raunig. (1998). A comparison of value at risk approaches and their implications for regulators. 59-60.
- Restrepo, J., & Velasquez, H. (2011). Análisis del Índice General de las Bolsas de Valores de Colombia (IGBC), Chile (IPSA) y Perú (IGBVL), y sus rendimientos desde la Teoría del Caos 2001-2011. *Universidad EAFIT, Medellín, Colombia*, pp. 01-30.
- Romero, Y., Ramírez, F., & Guzmán, D. (2013). Mercado Integrado Latinoamericano (MILA) análisis de correlación y diversificación de los portafolios de acciones de los tres países miembros en el período 2007-2012. *Universidad de Medellín, Bogotá, Colombia*, Cuaderno Contable Vol 14(34) pp. 53-74.
- Rosa, I., Rondán, F., & Díez de Castro, E. (2013). *Gestión de precios*. Madrid: ESIC Editorial.
- S&P DOW JONES, I. (12 de mayo de 2015). *S&P/BVL PERU GENERAL INDEX (PEN)*. Recuperado el 12 de mayo de 2015, de S&P/BVL PERU GENERAL INDEX (PEN): <http://www.espanol.spindices.com/indices/equity/sp-bvl-peru-general-index-pen>
- Sánchez Cantú, L., & Topete Pérez, C. (2014). ¿Índice de Sharpe Negativo? *Índice de Sharpe Negativo - Escuela Bancaria y Comercial*, 2.
- Santos, C. (2012). *Últimas tendencias en modelos de investigación en el EEES y en otros sistemas actuales*. Madrid, España: Visión Libros.
- SBS. (2012). Resolución S.B.S. N° - 2012. En S. y. Superintendencia de Banca, *Resolución S.B.S. N° - 2012* (pág. 11). Lima: SBS.
- Shiller, R. J. (2000). *Exuberancia irracional*. México: Editorial Oceano de México, S.A. DE C.V.

- Silupú, B., & Calle, S. (2007). *ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA EN LA BOLSA DE VALORES DE LIMA. PERIODO: 1999-2004*. Piura, Lima, Perú.: Facultad de Economía, Universidad Nacional de Piura.
- Stanyer, P. (2006). *Guía de estrategias de inversión: Entender mercados, riesgos, ganancias y comportamientos*. España: Ediciones Gestión 2000.
- Trujillo, M. (2009). Construcción y gestión de portafolios con el modelo Black-Litterman: Una aplicación a los fondos de pensiones obligatorias en Colombia . *Universidad de los Andes, Departamento de Ingeniería Industrial*, 6-61.
- Valenzuela, V. (2013). *Finanzas Conductuales. Un híbrido entre la psicología y las finanzas*. Valparaíso, Chile: Universidad Andrés Bello, Facultad de Economía y Negocios.
- Vijayalakshmi, S., & Gaur, S. (2013). Modeling Volatility: Indian Stock and Foreign Exchange Markets. *Journal of Emerging Issues in Economics, Finance and Banking (JEIEFB)*, Vol. 2 No.1.

ANEXOS

ANEXO N°1

Tabla 4.17 Lambdas óptimos y volatilidad dinámica

ACCION	LAMBDA OPTIMO	VOLATILIDAD EWMA
CORAREC1	0.979	2.212%
ALICORC1	0.943	1.630%
AIHC1	0.997	1.305%
AUSTRAC1	0.998	5.572%
CONTINC1	0.949	1.708%
CPACASC1	0.883	1.851%
ATACOBC1	0.999	7.146%
BVN	0.951	2.661%
CORAREI1	0.981	2.785%
BAP	0.784	1.902%
EDEGELC1	0.829	1.910%
EDELNOC1	0.950	1.362%
CASAGRC1	0.997	2.546%
ENERSUC1	0.939	1.245%
FERREYC1	0.944	2.169%
GRAMONC1	0.966	1.734%
INRETC1	0.859	1.240%
IFS	0.760	1.787%
INVCENC1	0.941	0.801%
LUSURC1	0.942	1.299%
MIRL	0.999	7.183%
MILPOC1	0.986	2.162%
MINSURI1	0.770	2.568%
PML	0.981	5.211%
EXALMC1	0.993	1.474%
POMALCC1	0.802	4.778%
RELAPAC1	0.999	7.270%
SIDERC1	0.966	3.244%
CVERDEC1	0.998	2.229%
BROCALC1	0.963	2.201%
SCCO	0.960	2.006%
TV	0.997	3.453%
BACKUSI1	0.977	1.189%
UNACEMC1	0.870	2.133%
VOLCABC1	0.977	2.447%

Fuente. Elaboración propia en MS Excel

ANEXO N°2

Tabla 4.18 Covarianzas y Lambas por EWMA

	CORAREC1	ALICORC1	AHIC1	AUSTRAC1	CONTINC1	CPACASC1	ATACOB1	BVN	CORARE1	BAP	EDEGELC1	EDELNO1	CASAGRC1	ENERSUC1	FERREYC1	GRAMONC1	INRETC1	IFS	INVCENC1	LUSURC1	MIRL	MUPOC1	MINSUR1	PWL	EXALMC1	POMALCC1	RELAPAC1	SIDERC1	OVERDEC1	BROCALC1	SCCO	TV	BACKUS1	UNACEMC1	VOLCAB1	
CORAREC1	0.0005	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	0.0000	0.0004	0.0000	-0.0000	0.0001	0.0003	0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0002	0.0003	-0.0000	0.0003	-0.0000	0.0003	0.0004	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0003	
$\lambda=$	0.9790	0.9430	0.9977	0.9790	0.9490	0.8832	0.9790	0.9511	0.9790	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9790	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9790	0.9860	0.7703	0.9790	0.9933	0.9790	0.9790	0.9657	0.9978	0.9627	0.9599	0.9974	0.9768	0.8702	0.9767	
ALICORC1	0.0001	0.0003	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	-0.0000	0.0002	0.0000	-0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	-0.0000	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0002	0.0001	
$\lambda=$	0.9430	0.9430	0.9977	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.7836	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.9430	0.9599	0.9430	0.9768	0.9430	0.9430	
AUSTRAC1	0.0001	0.0001	-0.0000	0.0031	0.0000	-0.0000	0.0002	0.0002	0.0004	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	-0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0001	0.0002	-0.0000	0.0001	0.0002	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	-0.0000	0.0003	
$\lambda=$	0.9790	0.9430	0.9977	0.9985	0.9490	0.8832	0.9985	0.9511	0.9813	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9393	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9985	0.9860	0.7703	0.9985	0.9933	0.9985	0.9985	0.9657	0.9978	0.9627	0.9599	0.9974	0.9768	0.8702	0.9767	
CONTINC1	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0003	0.0001	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	-0.0000	0.0001	0.0003	-0.0000	0.0002	0.0002	0.0000	0.0002	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	-0.0002	-0.0000	-0.0000	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	-0.0000	0.0000	0.0002	0.0003	
$\lambda=$	0.9490	0.9430	0.9977	0.9490	0.9490	0.8832	0.9490	0.9511	0.9490	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9490	0.9490	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9490	0.9490	0.7703	0.9490	0.9490	0.9490	0.9490	0.9490	0.9978	0.9490	0.9599	0.9490	0.9768	0.8702	0.9767	
CPACASC1	0.0001	0.0002	0.0000	-0.0000	0.0001	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0002	0.0002	0.0002	-0.0000	0.0002	0.0001	-0.0000	0.0002	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0003	-0.0004	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0003	0.0001	
$\lambda=$	0.8832	0.9430	0.9977	0.8832	0.8832	0.8832	0.8832	0.8832	0.8832	0.7836	0.8832	0.9495	0.8832	0.8832	0.8832	0.8832	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.8832	0.8832	0.8832	0.8832	0.8832	0.8832	0.8832	0.8832	0.8832	0.8832	0.9599	0.8832	0.9768	0.8832	0.8832	
ATACOB1	0.0004	0.0002	0.0000	0.0002	0.0002	0.0002	0.0051	0.0001	0.0007	0.0002	0.0001	0.0002	0.0005	-0.0001	0.0003	0.0002	0.0001	0.0003	-0.0000	0.0001	0.0042	0.0005	0.0003	0.0044	-0.0000	0.0018	0.0044	0.0006	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0001	0.0003	0.0005	
$\lambda=$	0.9790	0.9430	0.9977	0.9985	0.9490	0.8832	0.9987	0.9511	0.9813	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9393	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9987	0.9860	0.7703	0.9987	0.9933	0.9987	0.9987	0.9657	0.9978	0.9627	0.9599	0.9974	0.9768	0.8702	0.9767	
BVN	0.0000	0.0001	0.0000	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0007	0.0001	0.0002	0.0000	-0.0000	0.0003	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0003	0.0001	0.0000	0.0002	0.0002	
$\lambda=$	0.9511	0.9430	0.9977	0.9511	0.9511	0.8832	0.9511	0.9511	0.9511	0.7836	0.8291	0.9495	0.9511	0.9511	0.9511	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9511	0.9511	0.7703	0.9511	0.9511	0.9511	0.9511	0.9511	0.9978	0.9511	0.9599	0.9511	0.9768	0.8702	0.9511	
CORARE1	0.0004	0.0001	0.0000	0.0004	0.0001	0.0001	0.0007	0.0001	0.0008	0.0000	0.0001	0.0001	0.0005	0.0000	0.0002	0.0002	0.0001	0.0000	-0.0000	0.0001	0.0004	0.0005	0.0000	0.0007	-0.0000	0.0004	0.0008	0.0005	0.0004	0.0003	0.0001	0.0002	0.0000	0.0001	0.0005	
$\lambda=$	0.9790	0.9430	0.9977	0.9813	0.9490	0.8832	0.9813	0.9511	0.9813	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9813	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9813	0.9860	0.7703	0.9813	0.9933	0.9813	0.9813	0.9657	0.9978	0.9627	0.9599	0.9974	0.9768	0.8702	0.9767	
BAP	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0002	0.0002	0.0000	0.0004	0.0001	0.0001	-0.0001	-0.0000	0.0001	-0.0000	0.0000	0.0002	-0.0000	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0002	0.0000	0.0002	0.0001	0.0000	0.0005	0.0002	0.0002	-0.0000	0.0000	0.0002	0.0001	
$\lambda=$	0.7836	0.7836	0.9977	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.8594	0.7598	0.9406	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.7836	0.9768	0.7836	0.7836	
EDEGELC1	-0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0002	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0004	0.0002	0.0001	-0.0001	0.0001	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	-0.0000	0.0002	0.0000	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	
$\lambda=$	0.8291	0.9430	0.9977	0.8291	0.8291	0.8832	0.8291	0.8291	0.8291	0.7836	0.8291	0.9495	0.8291	0.8291	0.8291	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.8291	0.8291	0.8291	0.8291	0.8291	0.8291	0.8291	0.8291	0.8291	0.8291	0.8291	0.9599	0.8291	0.9768	0.8291	0.8291
EDELNO1	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0001	-0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0001	0.0000	-0.0001	0.0000	0.0002	0.0001
$\lambda=$	0.9495	0.9430	0.9977	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.7836	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495	0.9599	0.9495	0.9768	0.9495	0.9495
CASAGRC1	0.0003	0.0002	0.0000	0.0003	0.0003	0.0002	0.0005	0.0003	0.0005	-0.0001	0.0001	0.0001	0.0006	0.0000	0.0004	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0003	0.0003	-0.0001	0.0004	-0.0000	0.0003	0.0005	0.0005	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0004	
$\lambda=$	0.9971	0.9430	0.9977	0.9971	0.9971	0.8832	0.9971	0.9511	0.9971	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9971	0.9971	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9971	0.9971	0.7703	0.9971	0.9971	0.9971	0.9971	0.9971	0.9971	0.9971	0.9971	0.9599	0.9971	0.9768	0.8702	0.9971
ENERSUC1	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0001	0.0001	0.0000	-0.0000	-0.0001	-0.0000	0.0000	0.0002	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	-0.0000	-0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	
$\lambda=$	0.9790	0.9430	0.9977	0.9393	0.9490	0.8832	0.9393	0.9511	0.9813	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9393	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9393	0.9860	0.7703	0.9393	0.9933	0.9393	0.9393	0.9393	0.9657	0.9978	0.9627	0.9599	0.9974	0.9768	0.8702	0.9767
FERREYC1	0.0001	0.0002	0.0000	0.0001	0.0002	0.0002	0.0003	0.0001	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	-0.0000	0.0005	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	-0.0000	0.0000	0.0003	0.0004	0.0003	0.0004	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0005	
$\lambda=$	0.9438	0.9430	0.9977	0.9438	0.9490	0.8832	0.9438	0.9511	0.9438	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9438	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9438	0.9438	0.7703	0.9438	0.9933	0.9438	0.9438	0.9438	0.9438	0.9978	0.9627	0.9599	0.9438	0.9768	0.8702	0.9767
GRAMONC1	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0001	0.0002	0.0001	0.0002	-0.0000	0.0002	0.0001	0.0002	0.0000	0.0002	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	-0.0000	0.0000	0.0002	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0002	0.0000	0.0001	0.0001	
$\lambda=$	0.9664	0.9430	0.9977	0.9664	0.9664	0.8832	0.9664	0.9664	0.9664	0.7836	0.9664	0.9495	0.9664	0.9664	0.9664	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9664	0.96														

IFS	0.0000	0.0001	0.0000	-0.0000	0.0002	0.0002	0.0003	0.0001	0.0000	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	-0.0003	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0002	0.0002	-0.0000	0.0000	0.0002	0.0001
λ=	0.7598	0.7598	0.9977	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.8594	0.7598	0.9406	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	0.7598	
INVENC1	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0001	0.0000	0.0000	-0.0001	0.0001	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	
λ=	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	
LUSURC1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	-0.0000	0.0002	0.0001	0.0002	0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0001	0.0001	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0001	
λ=	0.9419	0.9419	0.9977	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	0.9419	
MIRL	0.0002	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0042	0.0002	0.0004	0.0001	0.0000	0.0001	-0.0003	0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	-0.0000	0.0001	0.0052	0.0004	0.0001	0.0044	0.0000	0.0018	0.0042	0.0003	0.0002	0.0003	0.0001	0.0002	0.0001	0.0002	
λ=	0.9790	0.9430	0.9977	0.9985	0.9490	0.8832	0.9987	0.9511	0.9813	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9393	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9988	0.9860	0.7703	0.9988	0.9933	0.9988	0.9986	0.9657	0.9978	0.9627	0.9599	0.9974	0.9768	0.8702	
MILPOC1	0.0003	0.0001	0.0000	0.0003	0.0001	0.0001	0.0005	0.0001	0.0005	0.0001	0.0000	0.0001	0.0003	0.0000	0.0001	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0004	0.0005	0.0001	0.0005	-0.0000	0.0002	0.0005	0.0005	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0003	
λ=	0.9860	0.9430	0.9977	0.9860	0.9490	0.8832	0.9860	0.9511	0.9860	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9860	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9860	0.9860	0.7703	0.9860	0.9933	0.9860	0.9860	0.9860	0.9978	0.9627	0.9599	0.9974	0.9768	0.8702	
MINSUR1	-0.0000	0.0002	0.0000	0.0001	0.0002	0.0003	0.0003	0.0001	0.0000	0.0003	0.0002	0.0002	-0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0000	0.0003	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0007	-0.0001	-0.0000	-0.0002	-0.0000	0.0001	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0002	0.0001	
λ=	0.7703	0.9430	0.9977	0.7703	0.7703	0.8832	0.7703	0.7703	0.7703	0.7836	0.8291	0.9495	0.7703	0.7703	0.7703	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.7703	0.7703	0.7703	0.7703	0.7703	0.7703	0.7703	0.7703	0.7703	0.7703	0.7703	0.7703	0.7703	0.7703	
PML	0.0003	-0.0000	-0.0000	0.0002	-0.0002	-0.0004	0.0044	0.0001	0.0007	0.0002	0.0000	0.0001	0.0004	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	-0.0003	-0.0001	-0.0000	0.0044	0.0005	-0.0001	0.0027	-0.0000	0.0003	0.0044	0.0001	0.0003	0.0002	0.0002	0.0003	0.0001	-0.0003	
λ=	0.9790	0.9430	0.9977	0.9985	0.9490	0.8832	0.9987	0.9511	0.9813	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9393	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9988	0.9860	0.7703	0.9810	0.9933	0.9810	0.9986	0.9657	0.9978	0.9627	0.9599	0.9974	0.9768	0.8702	
EKALMC1	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0002	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	
λ=	0.9933	0.9430	0.9977	0.9933	0.9490	0.8832	0.9933	0.9511	0.9933	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9933	0.9933	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9933	0.9933	0.7703	0.9933	0.9933	0.9933	0.9933	0.9933	0.9933	0.9933	0.9978	0.9627	0.9599	0.9933	
POMALCC1	0.0003	0.0001	0.0000	0.0001	-0.0000	0.0001	0.0018	0.0001	0.0004	0.0002	0.0002	0.0000	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0018	0.0002	-0.0002	0.0003	0.0000	0.0023	0.0018	0.0003	0.0002	0.0002	-0.0000	0.0000	0.0003	0.0003	
λ=	0.9790	0.9430	0.9977	0.9985	0.9490	0.8832	0.9987	0.9511	0.9813	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9393	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9988	0.9860	0.7703	0.9810	0.9933	0.8024	0.9986	0.9657	0.9978	0.9627	0.9599	0.9974	0.9768	0.8702	
RELAPC1	0.0004	0.0001	0.0000	0.0002	0.0001	0.0001	0.0044	0.0001	0.0008	0.0000	0.0003	0.0002	0.0000	0.0000	-0.0001	0.0000	0.0042	0.0005	-0.0000	0.0044	-0.0000	0.0018	0.0053	0.0004	0.0004	0.0003	0.0001	0.0001	0.0003	0.0001	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005	
λ=	0.9790	0.9430	0.9977	0.9985	0.9490	0.8832	0.9987	0.9511	0.9813	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9393	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9986	0.9860	0.7703	0.9986	0.9933	0.9986	0.9986	0.9657	0.9978	0.9627	0.9599	0.9974	0.9768	0.8702	
SIDERC1	0.0002	0.0003	0.0000	0.0003	0.0002	0.0003	0.0006	0.0002	0.0005	0.0000	0.0003	0.0001	-0.0005	0.0000	0.0004	0.0003	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0001	0.0001	-0.0000	0.0003	0.0004	0.0011	0.0003	0.0004	0.0001	0.0002	0.0001	0.0003	
λ=	0.9657	0.9430	0.9977	0.9657	0.9490	0.8832	0.9657	0.9511	0.9657	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9657	0.9438	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9657	0.9860	0.7703	0.9657	0.9933	0.9657	0.9657	0.9657	0.9978	0.9627	0.9599	0.9974	0.9768	0.8702	
CVERDEC1	0.0002	0.0003	0.0000	0.0003	0.0002	0.0003	0.0004	0.0002	0.0004	0.0005	0.0001	0.0002	0.0003	0.0000	0.0003	0.0002	0.0000	0.0005	-0.0000	0.0001	0.0002	0.0003	0.0003	0.0003	-0.0000	0.0002	0.0004	0.0003	0.0005	0.0003	0.0003	0.0001	0.0000	0.0003	
λ=	0.9978	0.9430	0.9977	0.9978	0.9978	0.8832	0.9978	0.9978	0.9978	0.7836	0.8291	0.9495	0.9978	0.9978	0.9978	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9978	0.9978	0.9978	0.9978	0.9978	0.9978	0.9978	0.9978	0.9978	0.9978	0.9978	0.9978	0.9978	0.9978	
BROCALC1	0.0002	0.0002	0.0000	0.0001	0.0002	0.0002	0.0004	0.0002	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0003	0.0000	0.0004	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0001	0.0003	0.0002	0.0002	0.0002	-0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0003	0.0005	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	
λ=	0.9627	0.9430	0.9977	0.9627	0.9490	0.8832	0.9627	0.9511	0.9627	0.7836	0.8291	0.9495	0.9971	0.9627	0.9627	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9627	0.9627	0.7703	0.9627	0.9627	0.9627	0.9978	0.9627	0.9978	0.9627	0.9599	0.9627	0.9768	0.8702	
SCCO	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0003	0.0001	0.0002	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	-0.0000	0.0002	0.0000	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0000	-0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0001	0.0004	0.0001	-0.0000		
λ=	0.9599	0.9599	0.9977	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.7836	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	0.9599	
BACKUS1	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	-0.0000	0.0001	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	-0.0000	0.0000	0.0001	0.0000		
λ=	0.9768	0.9768	0.9977	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.8594	0.7598	0.9406	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	0.9768	
UNACEMC1	0.0001	0.0002	0.0000	-0.0000	0.0002	0.0003	0.0003	0.0002	0.0001	0.0002	0.0001	0.0002	0.0002	-0.0000	0.0002	0.0001	-0.0000	0.0002	0.0000	0.0001	0.0002	0.0001	0.0002	-0.0003	-0.0000	0.0003	0.0001	0.0003	0.0003	0.0002	0.0001	0.0002	0.0000	0.0005	
λ=	0.8702	0.9430	0.9977	0.8702	0.8702	0.8832	0.8702	0.8702	0.8702	0.7836	0.8291	0.9495	0.8702	0.8702	0.8702	0.9664	0.8594	0.7598	0.9406	0.9419	0.8702	0.8702	0.7703	0.8702	0.8702	0.8702	0.8702	0.8702	0.9978	0.8702	0.9599</				

Tabla 4.19 Matriz de Covarianzas por método clásico

MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA (Método Clásico por Desviación Estándar)																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																			</
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----

Fuente. Elaboración propia en MS Excel